

# **XX CONGRESO DE INVESTIGACIÓN "Teoría del Caos"**

**Abrego Rangel Luis Alberto**

**IQ. Yvonne Hughes Velázquez  
Ing. Miguel Salcedo y Vilchis**

**Centro Universitario Anglo Mexicano. México.**

**Ciencias Físico Matemáticas. Investigación bibliográfica**

## **ANTECEDENTES**

La teoría del caos es la denominación popular de la rama de las matemáticas y la física que trata el comportamiento determinístico aperiódico muy sensible a las condiciones iniciales ciertos de los sistemas dinámicos.

Los sistemas dinámicos se pueden clasificar básicamente en:

Estables  
Inestables  
Caóticos

Un sistema estable tiende a lo largo del tiempo a un punto, u órbita, según su dimensión (atractor o sumidero). Un sistema inestable se escapa de los atractores. Y un sistema caótico manifiesta los dos comportamientos. Por un lado, existe un atractor por el que el sistema se ve atraído, pero a la vez, hay "fuerzas" que lo alejan de éste. De esa manera, el sistema permanece confinado en una zona de su espacio de estados, pero sin tender a un atractor fijo.

Una de las mayores características de un sistema inestable es que tiene una gran dependencia de las condiciones iniciales. De un sistema del que se conocen sus ecuaciones características, y con unas condiciones iniciales fijas, se puede conocer exactamente su evolución en el tiempo. Pero en el caso de los sistemas caóticos, una mínima diferencia en esas condiciones hace que el sistema evolucione de manera totalmente distinta. Ejemplos de tales sistemas incluyen la atmósfera terrestre, el Sistema Solar, las placas tectónicas, los fluidos en régimen turbulento y los crecimientos de población.

Por ejemplo, el clima atmosférico, según describió Edward Lorenz, se describe por 3 ecuaciones diferenciales bien definidas. Siendo así, conociendo las condiciones iniciales se podría conocer la predicción del clima en el futuro. Sin embargo, al ser éste un sistema caótico, y no poder conocer nunca con exactitud los parámetros que fijan las condiciones iniciales (en cualquier sistema de medición, por definición, siempre se comete un error, por pequeño que éste sea) hace que aunque se conozca el modelo, éste diverja de la realidad pasado un cierto tiempo.

## **OBJETIVO**

Entender el caos de un sistema determinista mediante investigación bibliográfica y experimentación

## **MARCO TEÓRICO**

EL caos es un comportamiento determinístico aperiódico muy sensible a las condiciones iniciales

Para poder clasificar el comportamiento de un sistema como caótico, el sistema debe tener las siguientes propiedades:

Debe ser sensible a las condiciones iniciales.

Debe ser transitivo.

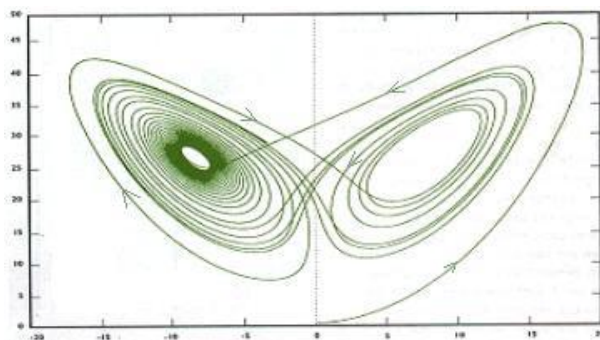
Sus órbitas periódicas deben formar un conjunto denso en una región compacta del espacio fásico.

Sensibilidad a las condiciones iniciales significa que dos puntos en tal sistema pueden moverse en trayectorias muy diferentes en su espacio de fase incluso si la diferencia en sus configuraciones iniciales son muy pequeñas. El sistema se comportaría de manera idéntica sólo si sus configuraciones iniciales fueran exactamente las mismas. Un ejemplo de tal sensibilidad es el así llamado "efecto mariposa", en donde el aleteo de las alas de una mariposa puede crear delicados cambios en la atmósfera, los cuales durante el curso del tiempo podrían modificarse hasta hacer que ocurra algo tan dramático como un tornado. La mariposa aleteando sus alas representa un pequeño cambio en las condiciones iniciales del sistema, el cual causa una cadena de eventos que lleva a fenómenos a gran escala como tornados. Si la mariposa no hubiera agitado sus alas, la trayectoria del sistema hubiera podido ser muy distinta.

La sensibilidad a las condiciones iniciales está relacionada con el exponente Lyapunov, que es una cantidad que caracteriza el radio de separación de trayectorias infinitesimalmente cercanas.

Transitividad significa que hay muchas órbitas densas.

En Teoría del Caos los sistemas dinámicos son estudiados a partir de su "Espacio de Fases", es decir, la representación coordinada de sus variables independientes. En estos sistemas caóticos, es fácil encontrar trayectorias de movimiento no periódico, pero cuasi-periódicas. En este esquema se suele hablar del concepto de *atractores Extraños*: trayectorias en el espacio de fases hacia las que tienden todas las trayectorias normales. En el caso de un péndulo oscilante, el atractor sería el punto de equilibrio central.



*Nota: el Atractor de Lorenz es una figura geométrica similar a una **mariposa** y que para ser contenida necesita más de dos dimensiones y menos de tres, por lo tanto es un fractal. (el inverso del exponente de Hurst es igual a la dimensión fractal de una serie de tiempo).*

Los atractores extraños suelen tener formas geométricas caprichosas y, en muchos casos, parecidos o similitudes a diferentes escalas. En este caso, a estas formas que son iguales a sí mismas en diferentes escalas, se les ha dado en llamar fractales. El teorema de Poincaré-Bendixson muestra que un atractor extraño sólo puede presentarse como un sistema continuo dinámico si tiene tres o más dimensiones. Sin embargo, tal restricción no se aplica a los sistemas discretos, los cuales pueden exhibir atractores extraños en sistemas de dos o incluso una dimensión.

En la mayoría de sistemas dinámicos se encuentran elementos que permiten un tipo de movimiento repetitivo y, a veces, geoméricamente establecido. Los atractores son los encargados de que las variables que inician en un punto de partida mantengan una trayectoria establecida, y lo que no se puede establecer de una manera precisa son las oscilaciones que las variables puedan tener al recorrer las órbitas que puedan llegar a establecer los atractores. Por ejemplo, es posible ver y de cierta manera prever la trayectoria de un satélite alrededor de la Tierra; lo que aparece en este caso como algo indeterminado, son los movimientos e inconvenientes varios que se le pueden presentar al objeto para efectuar este recorrido.

## Aplicaciones

La Teoría del Caos y la matemática caótica resultaron ser una herramienta con aplicaciones a muchos campos de la ciencia y la tecnología. Gracias a estas aplicaciones el nombre se torna paradójico, dado que muchas de las prácticas que se realizan con la matemática caótica tienen resultados concretos porque los sistemas que se estudian están basados estrictamente con leyes deterministas aplicadas a sistemas dinámicos.

En Internet se desarrolla este concepto en *Teoría del Caos, el tercer paradigma*, de como la estadística inferencial trabaja con modelos aleatorios para crear *series caóticas predictoras* para el estudio de eventos presumiblemente caóticos en las Ciencias Sociales. Por esta razón la Teoría del Caos ya no es en sí una teoría: tiene postulados, fórmulas y parámetros recientemente establecidos con aplicaciones, por ejemplo, en las áreas de la meteorología o la física cuántica, y actualmente hay varios ejemplos de aplicación en la arquitectura a través de los fractales.

## METODOLOGIA

Se hará una investigación acerca del tema y se intentará modelar un caso determinístico caótico, mediante la modelación de ecuaciones, su tabulación e iteración. Con eso se demostrará los principios de la teoría.

## RESULTADOS

Mediante la investigación que saber la configuración del sistema en un momento dado no permite predecir con veracidad su configuración en un momento posterior. De todos modos, el movimiento no es completamente aleatorio. En la mayoría de sistemas dinámicos se encuentran elementos que permiten un tipo de movimiento repetitivo y, a veces, geoméricamente establecido.

## CONCLUSIONES

El caos es un comportamiento determinístico aperiódico muy sensible a las condiciones iniciales, Y no solo es sensible a las condiciones iniciales, sino que es complejo.

Los atractores ayudan a entender esta aperiodicidad para dar predicciones casi concretas.

## BIBLIOGRAFÍA

- Ott, Edward. Chaos in Dynamical Systems. Cambridge University Press. UK, 2002
- Mindin, Gabriel. Causas y azares: la historia del caos y los sistemas complejos. Ed. Siglo veintiuno. México, 2008.
- Malinietski G.G.. Fundamentos matemáticos de la sinérgica. Caos, estructuras y simulación por ordenador. Series: Sinérgica: del pasado al futuro. *España, 2008*