

OBJETIVO

Este trabajo busca encontrar los fundamentos teóricos y experimentales que permitan sustentar la predicción de la existencia de ondas gravitacionales.

MARCO TEORICO

PRUEBA DE EUCLIDES Y GAUSS

A inicios del siglo XIX se inicio una discusión sobre el quinto postulado de Euclides que establecía que dada una línea recta y un punto fuera de esa línea al trazarse una línea paralela a la primera sobre el punto jamás se encontrarían las líneas. Este postulado fue causa de mucha polémica debido a que no se sabía si debía tomarse como una derivación del resto de los postulados y axiomas o debía ser considerado independientemente. 200 años después de Euclides, Karl Friedrich Gauss, János Bolyai, y Nikolai Ivanovich Lobachevskij descubrieron sistemas con lápiz y papel que cumplían todos los axiomas y postulados de Euclides con excepción del postulado de las paralelas.

Este demostró no solamente que el postulado de las paralelas debía ser asumido para poder obtener una geometría euclidiana sino también que la geometría no-euclidiana podría existir y existía. Esto lo podemos ver claramente en un esfera en la cual podemos trazar dos líneas paralelas lo mas rectas posibles y que sin embargo se encuentran en algún punto, esto se debe a que la geometría euclidiana puede describir el espacio tridimensional de un esfera con mucha exactitud mas no la superficie de la misma.

Gauss se percató de esta curvatura cuando en 1827 se le encargo hacer un mapa de la región alrededor de Göttinger y descubrió que la suma en una de sus triángulos mas grandes era diferente a 180° ; La desviación encontrada por Gauss, 15 segundos de arco, fue evidencia de la curvatura de la superficie de la tierra.

Gauss no se quedo con la simple idea de una superficie curva de dos dimensiones flotando en un universo tridimensional plano. Tenía la idea de que la Geometría Euclidiana podría no estar correcta y estos pensamientos, sueños y esperanzas fueron transferidos de Gauss a su estudiante Bernhard Riemann

- (a) *Superficie con cero curvatura: a través de cualquier punto P que no se encuentre en la línea recta dada (línea geodésica), hay una, y sola una, línea recta paralela de la línea dada*
- (b) *Curvatura positiva: no hay líneas geodésicas paralelas (en el sentido de que nunca deben interceptarse) a una geodésica dada (cada línea geodésica que pase por P interceptara la geodésica dada)*
- (c) *Curvatura negativa: Hay una infinidad de líneas geodésicas paralelas a la geodésica dada (en el sentido de que una infinidad de líneas geodésicas que pasen por P nunca interceptaran a la geodésica dada)*

RIEMANN

Generalizo las ideas de Gauss para que se pudiera describir espacios curvos en tres o más dimensiones. Gauss había descubierto que la curvatura en la geometría de un espacio de dos dimensiones en la vecindad de un punto dado estaba determinada por un solo número: la curvatura Gaussiana. Riemann encontró que para describir la curvatura en un espacio tridimensional de un punto dado esta dado por 6 números, y para una geometría en cuatro dimensiones se necesitaban 20 números en cada punto: a las 20 componentes independientes se les llama el tensor de la curvatura de Riemann.

Señalo que el espacio puede aparentar ser muy irregular en distancias muy pequeñas y aun así parecer liso en distancias cotidianas. Cabe señalar que los pensamientos de Riemann eran muy adelantados para su época en la que se consideraba un universo rígido sometido a ningún cambio y lo que llevo a que en 1866, mientras moría de tuberculosis, estaba trabajando en un descripción unificada del electromagnetismo y la gravitación. Tal vez la pregunta en este momento es ¿Por qué no considero mucho tiempo antes que Einstein la gravedad como un fenómeno ligado a la geometría? Esto se debe a que el solo considero el espacio y su curvatura mientras que Einstein considero el espacio tiempo y la curvatura espacio tiempo.

Einstein nos da una justificación geométrica del movimiento y la gravedad, si de acuerdo a lo que dijo en 1915 y a la geometrodinámica el espacio tiempo le dice a la masa como moverse y la masa al espacio tiempo como curvarse, por lo tanto se requieren herramientas matemáticas que describan la posición y el movimiento, curvatura y la acción de la masa en la curvatura. Luego estas herramientas nos abrirán paso a nuevas ideas como el principio de equivalencia, estructura geométrica, ecuación de campo, ecuación de movimiento, ecuación de la desviación de la geodésica y así mismo estas nuevas ideas harán que sean necesarias nuevas herramientas matemáticas para encontrar soluciones lo cual nos llevara a resultados como los hoyos negros, singularidades y ondas gravitacionales

ECUACIONES DE CAMPO DE EINSTEIN

Para llegar a las ecuaciones que nos describan la gravedad y su acción en la materia que esté basada en una variedad, objeto geométrico que generaliza la noción intuitiva de curva, con métrica y que muestre que las fuentes del campo gravitacional están determinadas por la métrica debemos ver que

1. Se parezca pero generalice a su análogo newtoniano

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho \quad (1)$$

En el cual la fuente del campo gravitacional es la densidad (ρ) de la masa y que su solución para un punto de una partícula de masa m es

$$\phi = -\frac{Gm}{r} \quad (2)$$

2. Introduzca un sistema no preferencial de coordenadas
3. Garantice una conservación local de energía-momentum para cualquier tensor métrico

La ecuación a la que Einstein llegó fue

$$G^{\alpha\beta} + \Lambda g^{\alpha\beta} = kT^{\alpha\beta} \quad (3)$$

Cabe señalar que k en la ecuación (21) juega el mismo papel que $4\pi G$ en la ecuación (19)

En notación tensorial la ecuación de Einstein, (21) toma la forma

$$G^{\alpha\beta} = 8\pi T^{\alpha\beta} \quad (4)$$

Esta es una especialización de la ecuación (1), cuando $\Lambda = 0$ y $k = 8\pi$. La constante Λ es llamada constante cosmológica, y originalmente no estaba presente en las ecuaciones de Einstein; Él la colocó años después para poder obtener soluciones cosmológicas estáticas. Observaciones futuras de la expansión del universo lo hicieron arrepentirse de haberla inventado.

Poco tiempo después de la publicación de la teoría de Einstein. Schwarzschild encontró una solución exacta para el vacío que corresponde al campo gravitacional externo de una distribución esféricamente simétrica de masa. La solución es (esta en coordenadas esféricas)

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (5)$$

Podemos apreciar que en la ecuación existe un radio crítico que lo podemos llamar radio gravitacional o de Schwarzschild

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

Y que fue el mismo que apareció años antes en una de las hipótesis de Laplace También se puede notar que aparece una singularidad en $r=0$

TEORÍA DE LA GRAVITACIÓN LINEALIZADA

Se pueda hablar de la teoría linealizada cuando la métrica se desvía un poco de una superficie de espacio plana y por lo tanto todos los términos no lineales de las ecuaciones de Einstein o sus derivadas pueden ser descartados y su tensor de energía-momentum T^{ik} puede ser remplazado por la forma de relatividad especial.

Al hacer eso obtenemos que no hay derivadas covariantes por lo tanto el campo gravitacional no tiene ninguna influencia sobre el movimiento de la materia produciendo el campo. Esto nos permite especificar el tensor de energía-momentum arbitrariamente mientras satisfaga la ecuación de la relatividad especial. Aunque esto pueda parecer ventajoso puede tener como consecuencia que las fuentes del campo gravitacional se muevan de una manera considerablemente diferente a la supuesta.

La teoría de gravitación linealizada está basada en la suposición de que sobre regiones completas de espacio, a cualquier radio de vecindad de las fuentes del campo, el campo gravitacional es débil y la métrica se desvía ligeramente del espacio de Minkowsky.

Como sabemos en la naturaleza frecuentemente nos encontramos con situaciones en las que una cierta distribución de materia (un satélite cerca de la tierra, la tierra, sistema planetario, nuestra galaxia) está rodeada de vacío y la materia más cercana está tan lejos que el campo gravitacional es débil en una región intermedia donde la métrica se desvía del espacio de Minkowsky.

Si dichas regiones intermedias existen, entonces estamos hablando del campo lejano de la configuración.

UNIVERSO DE FRIEDMANN

Se le conoce como universos de Friedman a todas las métricas que satisfacen la llamada ecuación de Friedman. Los modelos cosmológicos de Friedman son caracterizados por el hecho de que solo son soluciones de las ecuaciones de Einstein en las que se cumple con un fluido perfecto como fuente y que sus campos de velocidad son libres de rotación, deformaciones y aceleración

RESULTADOS:

Así como en electromagnetismo en donde hay perturbaciones electromagnéticas propagándose a la velocidad de la luz en el vacío, ondas electromagnéticas. La geometrodinámica de Einstein predice perturbaciones en la curvatura del espacio tiempo, ondas gravitacionales.

Estas ondas en un sentido muy general son soluciones dependientes del tiempo de las ecuaciones de Einstein; por supuesto estas soluciones existen. Pero estas ondas en definición, muy similar a lo visto con Maxwell, son el cambio en un campo ocasionado por el movimiento relativo entre la fuente y el observador.

Las ondas gravitacionales cumplen con casi todos los requisitos de una onda, pero el problema viene cuando hablamos de "radiación" o "transporte de energía" que debe tener una onda.

Se pueden simplificar las cosas prestando atención únicamente a las soluciones de las ecuaciones de campo que posean una zona de campo lejano, en consecuencia a la no linealidad de las ecuaciones de campo.

Supongamos un sistema planetario visto desde una distancia muy lejana. ¿El sistema emitirá ondas gravitacionales en consecuencia del movimiento del sol y de los planetas? La teoría de la gravitación linealizada nos diría que sí, pero ignora la reacción regresiva de la radiación contra el movimiento de los cuerpos.

La opinión general de los físicos es que dicho sistema trata de ajustar su estado (El sol captura planetas que han perdido su energía cinética por radiación) y por lo tanto emite ondas. Pero sin embargo, si pensamos en alguna solución exacta que incluya al sistema planetario y al resto del universo entonces el proceso debería ser de la siguiente manera

De un campo no esférico ni simétrico dentro de una zona de campo lejano y el universo externo (en consecuencia) tampoco es esférico entonces se desarrolla en el interior una solución de Schwarzschild y un universo de Friedman en el exterior. Ambas partes del universo se esfuerzan por ajustar sus estados, pero como y en qué dirección, la energía es transportada a través del campo lejano no es clara. Por lo tanto no es claro si un sistema gravitacional libre (donde hay interacciones exclusivamente gravitacionales) emite ondas gravitacionales.

Esta situación es más clara cuando las propiedades (distribución de masa) de un sistema son cambiadas discontinuamente debido a fuerza externas, interacciones que no sean del tipo gravitacional, por ejemplo la explosión de una bomba. El cambio producido en el campo gravitacional entonces será transportado como ondas gravitacionales de choque a la velocidad de la luz medido por cada observador en su respectivo sistema de referencia inercial.

Esta discusión teórica de definiciones no les interesaría a los físicos experimentales tanto como la pregunta de cómo y si se pueden producir ondas gravitacionales y demostrar su existencia. Debido a que la constante gravitacional es muy pequeña parece ser que hoy en día no hay mucha posibilidad de generar ondas gravitacionales de intensidades medibles mediante la fuerza producida por masas en movimiento. Esta pregunta por lo tanto se reduce a cuestionarnos si las estrellas, sistemas estelares u otros objetos en los alrededores están emitiendo ondas gravitacionales y con cual arreglo experimental se pueden detectar estas ondas.

Soluciones exactas que describan la interacción entre el movimiento de la fuente y la emisión de radiación son desconocidas. Uno introduce un sistema inercial local en un campo lejano o en la vecindad de un punto y considera desviaciones pequeñas de la métrica de Minkowsky causada por la curvatura del espacio que tiene carácter de onda. Incluso al momento de discutir con soluciones exactas, realmente estamos lidiando con idealizaciones y generalizaciones inadmisibles de las propiedades locales del campo gravitacional, como las ondas fuertes electromagnéticas planas en la teoría de Maxwell, que también por supuesto solo pueden realizarse localmente.

Dentro de las soluciones más sencillas de la teoría de gravitación linealizada en el espacio libre de materia son las ondas gravitacionales planas y monocromáticas, de las cuales todas sus soluciones pueden ser obtenidas por superposición. En estas soluciones se debe

suponer algunos grados de libertad debido a la polarización de las ondas, en las ondas monocromáticas planas son 6 grados. Es conveniente para la mayoría de los cálculos estos grados despreciables de libertad.

Podemos también hablar de partículas de prueba en una onda gravitacional monocromática y plana. Las partículas inicialmente en reposo siempre permanecerán en el mismo lugar, con respecto al sistema coordenado; lo que aparentemente parecería que no son afectadas por la onda gravitacional. Este resultado, al inicio impactante, se vuelve comprensible cuando recordamos que la curvatura del espacio entra en la aceleración relativa de dos partículas de prueba, y la acción de las ondas gravitacionales debería ser detectable en la aceleración relativa (mas no en la posición relativa). Ahora la pregunta sería ¿Cuál aceleración es medible por un observador en reposo ubicado en el origen del sistema de coordenadas espaciales, y que observa una partícula que se encuentra en reposo en otro punto? Para la interpretación de sus medidas el observador no usaría el sistema coordenado, sino un sistema inercial local. La distancia propia entre ellas se verá afectada, debido a la ecuación de la geodésica, con el paso del tiempo.

También podemos observar que en la relatividad general hay pulsos de ondas gravitacionales los cuales después de su paso dejan a las partículas de prueba ligeramente desplazadas de su lugar original por un periodo muy corto de tiempo; en este caso la posiciones de las partículas de prueba después del paso de la onda pueden representar el registro del paso de la misma. A este fenómeno se le llama memoria de posición cifrada y puede ser un efecto lineal.

Hay que recordar que estas ondas gravitacionales también pueden interactuar entre ellas, las primeras soluciones de las colisiones de ondas gravitacionales puras fueron dadas en 1970 por Khan, Penrose y Szeker, debido a que a diferencia de las ondas electromagnéticas las cuales pasan unas a través de otras sin interacción alguna, esto debido a su linealidad, lo cual podemos observar sin duda alguna en las frecuencias de radio o en la luz de otras galaxias que llega hasta nosotros sin señal aparente de interacción con luz que debió de haber cruzado en su camino pero esto a diferencia de las ondas gravitacionales las cuales son altamente no lineales se ven obligadas a interactuar entre ellas de manera significativa; se mostro que si dos ondas planas gravitacionales con polarización colineal colisionan su interacción culmina en la creación de una singularidad curva. Aunque esto es solo un resultado en particular, probablemente el más destacable, el cual no fue predicho por cualquier versión linealizada de la teoría de gravedad.

Considerando de nuevo ondas electromagnéticas. De acuerdo a la teoría de Einstein, todas las formas de energía están asociadas con un campo gravitacional. Las ondas electromagnéticas por lo tanto deben ser asociadas por lo tanto a una perturbación en la curvatura del espacio tiempo. En la teoría Einstein-Maxwell, las ecuaciones de Maxwell describen al campo electromagnético de forma lineal, indicando que no hay una interacción directa entre las ondas electromagnéticas. Sin embargo, las ecuaciones de Einstein, que aplican al campo gravitacional son altamente no lineales. Por lo tanto cuando dos ondas electromagnéticas pasan una a través de otra habrá una interacción no lineal entre ellas debido a sus campos gravitacionales asociados.

Esta interacción no lineal entre las ondas electromagnéticas predicha por la teoría de Einstein debe ser necesariamente muy pequeña en orden de que sea consistente con el hecho de que dichas interacciones no han sido detectadas. De cualquier manera una interacción es predicha y su magnitud es posible que sea similar a la que se da entre ondas gravitacionales.

La curvatura del espacio causada por las ondas gravitacionales puede en principio ser detectada experimentalmente mediante el cambio de trayectoria de las partículas o en el estado de oscilación de sistemas mecánicos o electromagnéticos. Hasta ahora los intentos experimentales para su detección no han sido exitosos.

Ondas gravitacionales de magnitud detectable ocurren por seguro solamente cuando gigantescas masas se encuentra en un estado de rápido movimiento. Un posible proceso de este tipo podría ser, por ejemplo, el colapso gravitacional. Los estimados sugieren que una onda gravitacional de choque de intensidad $10^{-3} \text{ erg cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ y con un máximo de intensidad de 10^3 Hz sería el resultado.

A continuación resumiremos 5 métodos que han sido propuestos para detectar directamente y medir ondas gravitacionales:

1. Detector de resonancia

Se considerara dos partículas conectadas por un resorte que servirá como un sistema pequeño, en comparación al típico radio de curvatura de un campo gravitacional, que está en caída libre. Usualmente el detector es una barra cilíndrica de longitud L . Con una antena de resonancia mediremos el componente de la perturbación métrica.

Dos partículas de masa m conectadas por un resorte y sus líneas durante el paso de la onda gravitacional Un detector de resonancia es prácticamente construido como se muestra en la figura 7. La oscilación mecánica de la barra inducida por la onda gravitacional es

convertida por un transductor electromecánico en señales eléctricas que son amplificadas con un amplificador de sonido bajo. Después se tiene el análisis de datos.

2. LIGO (LASER-INTERFEROMETER GRAVITATIONAL-WAVE OBSERVATORY)

Detector de ondas gravitacionales en la tierra. Ha habido varias propuestas de interferómetros pero los modelos estándar más usados son el de Michelson y Fabry-Perot.

Un interferómetro laser del tipo de Michelson es esencialmente hecho de tres masas, suspendida por cables, al final de dos brazos ortogonales.

Al momento de pasar una onda gravitacional esta producirá oscilaciones en los brazos, y por lo tanto oscilaciones en la fase relativa del rayo láser en el separador de rayos; finalmente se producirán oscilaciones en la intensidad del rayo láser medido por el fotodetector.

Para la mayoría de los factores limitantes de estos interferómetros, como es el sonido sísmico, etc. El desplazamiento del sonido esta esencialmente independiente de la longitud del brazo. Por lo tanto al aumentar la longitud de este uno aumenta la sensibilidad del LIGO.

En la actualidad hay un LIGO con brazos de 4 km que fue construido conjuntamente por MIT y CALTECH y actualmente se encuentra en Washington.

3. MIGO (MICHELSON MILIMETER WAVE INTERFEROMETER GRAVITATIONAL-WAVE OBSERVATORY)

El espacio es otro lugar propuesto para experimentos de detección de ondas gravitacionales. El MIGO se enfoca a usar tres naves espaciales en orbitas geoestacionarias alrededor de la tierra para formar un interferómetro de Michelson en el espacio. El sistema sería operado desde una estación en tierra que proveería una alta estabilidad en la frecuencia y el control de las señales.

La principal limitación en la sensibilidad de MIGO es la estabilidad de cualquier frecuencia terrestre estándar. De cualquier manera, si la longitud de los brazos fuera exactamente igual cualquier inestabilidad en la frecuencia se cancelaría.

4. LISA O LAGOS (LASER GRAVITATIONAL-WAVE OBSERVATORY IN SPACE)

Un detector en Tierra por más aislado que se encuentre de sonidos sísmicos y de la tierra aun sería afectado por los cambios en el tiempo del campo gravitacional debido a las variaciones de densidad en la Tierra y en la atmosfera. Para evitar este tipo de sonido, uno debería usar un interferómetro alejado de la tierra y con brazos muy largos.

La nave espacial centrada debería tener una órbita circular alrededor del sol con un periodo de un año. Escogiendo correctamente las posiciones de otras dos naves espaciales, uno debería conservar un ángulo recto entre los dos brazos del interferómetro y conservar las distancias, entre las dos naves espaciales y la nave central. Cada una de las 3 masas de LAGOS, en cada una de las tres naves, flotara libremente dentro de una cavidad. El rayo laser es recibido por un telescopios de 30 cm de diámetro. Este sistema permitiera que los rayos laser sean regresados en una manera coherente en cada uno de las dos naves espaciales secundarias.

5. Rastreo Doppler Interplanetario

Asumamos que una señal electromagnética es mandada de un punto A, digamos la tierra, a otro punto B, digamos una nave espacial orbitando el sistema solar, y luego reflejada de regreso al punto A. Si al mismo tiempo una onda gravitacional con longitud de onda del orden de la distancia entre la tierra y la nave se propaga entre el punto A y el punto de reflexión B, entonces se producirán oscilaciones en el efecto Doppler de la radiación electromagnética recibida.

ANALISIS DE RESULTADOS:

Es bastante claro que la probabilidad de la existencia de ondas gravitacionales es muy alta, ya que no solamente está justificada por los resultados de las ecuaciones de Einstein si no que parece comportarse en cierto aspecto muy similar a las ondas electromagnéticas con la excepción que su naturaleza no lineal dificulta mucho la comprensión de resultados no linealizados. Aunque los intentos de localizarlas han sido varios, los resultados han sido prácticamente nulos debido a la falta de instrumentos que puedan medir con mayor precisión las perturbaciones ocasionadas por el movimiento de las masas; En la teoría están justificadas y predichas lo cual da una gran sustentación a la existencia de ellas. Aunque hasta la fecha no se han podido detectar favorablemente ninguna de estas ondas, los intentos por hacerlo no han cesado.

CONCLUSIONES:

El concepto del espacio se ha ido modificando a través de la historia, hasta como lo vemos ahora en forma de deformación geométrica. Viejos conceptos se han ido actualizando, cada vez dando una explicación más cercana a la verdad sin nunca llegar a ella.

Podemos ver como Newton describe la gravedad como una fuerza dada por la masa y su densidad, mientras que ahora el concepto se ve evolucionado y es visto como una deformación del espacio aunque también por consecuencia de la masa.

Otra relación interesante se da entre las ondas electromagnéticas y las gravitacionales, la forma en la que se generan ambas por perturbación una por el movimiento de las cargas y otra por el movimiento de las masas. Esto implica que la naturaleza en ciertas ocasiones tiende a repetir patrones aunque claro esto que la similitud entre este tipo de ondas solo es en un inicio correcta ya que después las ondas gravitacionales debido a su no linealización son mucho más complejas de comprender que las electromagnéticas.

Con suerte en el futuro se podrán detectar estas ondas, y por fin se podrá demostrar experimentalmente su existencia. Aunque seguramente surgirán nuevas cuestiones acerca de su comportamiento y su intervención en la naturaleza, seguramente nos daremos cuenta de que su impacto en nuestro pequeño marco de referencia (La tierra, nosotros mismos) es más grande de lo que creíamos.

BIBLIOGRAFÍA:

- Stephani Hans. General Relativity an Introduction to the theory of the gravitational field. 1982. Cambridge, Great Britain. 11-25, 82-85, 121-125, 141-152, 253 pp.
- Ciufolini Ignazio, Wheeler John Archibald. Gravitation and Inertia. 1995. Princeton, New Jersey. 1-18, 71-87, 147-163 pp.
- Schutz Bernard F. A first course in General Relativity. 1990. Cambridge, Great Britain. 195-242 pp.
- Peimber Manuel. Temas Selectos de Astrofísica. 1984. México, D.F. 208 – 211 pp.
- Griffiths J.B. Colliding Plane Waves in General Relativity. 1991. Oxford. 1-3, 15-16 pp.
- Ashby Neil, Bartlett David, Wyss Walter. General Relativity and Gravitation 1989. 1989. Cambridge, Great Britain. 1-7 pp.
- Smarr Larry L. Sources of Gravitational Radiation. 1978. Cambridge, Great Britain. 37-42