MATEMÁTICAS PARA TODOS

Educación y Desarrollo, A. C.

INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM

Coordinación de Ingeniería de Sistemas

Año 11, Número 101, junio de 2010

EN ESTE BOLETÍN:

SOFÍA SONIA KOVALEVSKAYA (1850-1888)

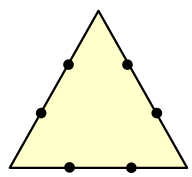
Nació en Moscú y su infancia la pasó en Pabilino, Bielorrusia. Sofía Sonia en su temprana juventud, sin haber estudiado matemáticas, logró aprender de manera autodidacta álgebra y por si sola plantear el concepto de seno como originalmente se había concebido. No obstante la oposición de su padre a que estudiara matemáticas logró convencerlo a los 13 años por medio de un profesor de su escuela. De acuerdo a la usanza de la época Sofía Sonia tuvo que casarse por conveniencia con Vladimir Kovalevsky, a esto accedió más por librarse de su padre que por amor o porque necesitara de un marido. En su nuevo hogar en Heildelberg trató de ingresar a la universidad, pero sólo le permitieron asistir como oyente. Pronto llamó la atención de sus profesores quienes la recomendaron con el famoso doctor Weiertrass, considerado como el mejor matemático de la Universidad de Berlín. Tampoco la dejaron ingresar a la universidad, pero gracias a su talento Weiertrass accedió a trabajar con ella en privado.

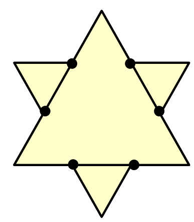
Así comenzó su trabajo de doctorado en el que escribió tres tesis: dos sobre temas de matemáticas y una sobre astronomía. El primero de estos trabajos fue publicado en una de las revistas más prestigiadas de la época, hecho que le otorgó prestigio y reconocimiento.

Mittag- Leffer invitó a Sonia durante un año a trabajar en la universidad de Estocolmo en donde escribió el más importante de sus trabajos, que resolvía algunos de los problemas al que matemáticos famosos habían dedicado grandes esfuerzos para resolverlos, más tarde seria premiada por la Academia de Ciencias de París, en el año 1888.

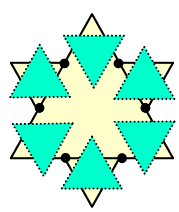
A Sofía Sonia Kovalevkaya se le considera a la precursora de los fractales, observe la claridad con la que plateaba sus trabajos.

Dividamos los lados de un triángulo equilátero en tres segmentos iguales y en estos cortes hacemos pasar a un triángulo equilátero de las mismas dimensiones que el primero. Con ello tendremos las siguientes figuras.





Ahora, si repetimos las mismas acciones, pero en cada uno de los triángulos exteriores de la estrella obtenida, obtendremos una figura como ésta.



Si nos damos cuenta, esta figura es la de un copo de nieve, una de las figuras que pueden repetirse de manera permanente hasta lo infinitamente pequeño o grande: un fractal.

Extracto obtenido de http://centros5.pntic.mec.es

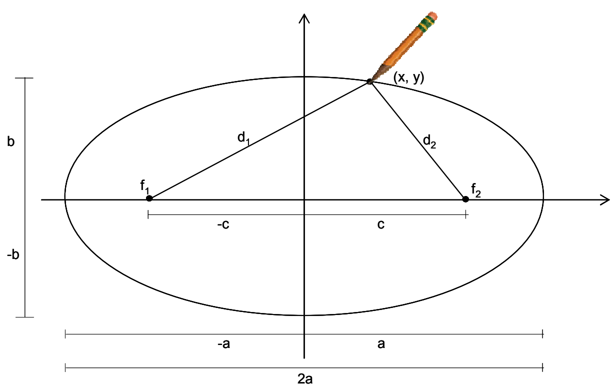
"El que ayuda a los demás se ayuda a sí mismo"

León Tolstói

CONTINUAMOS CON LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

Puesto que en el número anterior hicimos una breve introducción de estos procesos, y debido a la solicitud de varios de nuestros de lectores, en este número presentaremos el desarrollo de las fórmulas de la elipse y la hipérbola. Deseamos que estos ejemplos sean claros y que cubran las expectativas de quienes nos escribieron.

LA ELIPSE



Esta cónica se define como el lugar en el plano geométrico que se forma al deslizar un lápiz guiado por una cuerda apoyada en dos puntos llamados focos. Así, la longitud de la cuerda es una constante.

De la figura de la elipse arriba presentada y de su definición, con el apoyo de Pitágoras, podemos afirmar lo siguiente:

$$\sqrt{(c-x)^2+y^2}+\sqrt{(c+x)^2+y^2}=2a$$

Esta misma expresión la podemos presentar de la siguiente manera:

$$\sqrt{(c-x)^2+y^2}=2a-\sqrt{(c+x)^2+y^2}$$

Si elevamos ambos términos al cuadrado, obtenemos:

$$(c-x)^2+y^2=4a^2-4a\sqrt{(c+x)^2+y^2}+(c+x)^2+y^2$$

Si simplificamos esta ecuación tenemos que:

$$c^2-2cx+x^2+y^2=4a^2-4a\sqrt{(c+x)^2+y^2}+c^2+2cx+x^2+y^2$$

$$-4cx=4a^2-4a\sqrt{(c+x)^2+y^2}$$

$$-cx=a^2-a\sqrt{(c+x)^2+y^2}$$

$$a\sqrt{(c+x)^2+y^2}=a^2+cx$$

Al elevar al cuadrado ambos miembros tenemos:

$$a^2\left(c^2+2cx+x^2+y^2\right)=a^4+2a^2cx+(cx)^2$$

$$a^2c^2+2a^2cx+a^2x^2+a^2y^2=a^4+2a^2cx+c^2x^2$$

$$a^2c^2+a^2x^2+a^2y^2=a^4+c^2x^2$$

$$a^2x^2-c^2x^2+a^2y^2=a^4-a^2c^2$$

$$x^2\left(a^2-c^2\right)+a^2y^2=a^2\left(a^2-c^2\right)$$

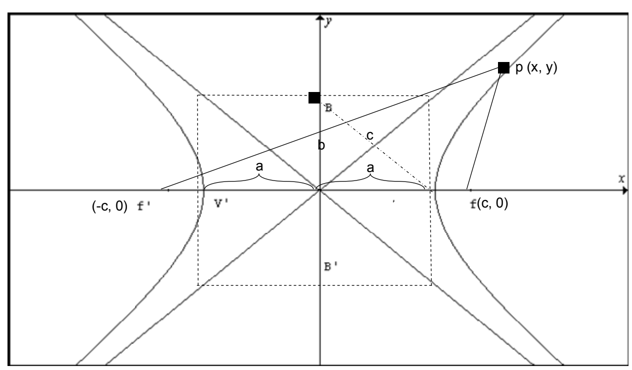
Al dividir todo entre $a^2(a^2-c^2)$ obtenemos:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-c^2}=1$$

Si, para simplificar, decimos que $a^2-c^2=b^2$, tendremos que la ecuación de una elipse está representada por:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

LA HIPÉRBOLA



Una hipérbola se define como la curva que se genera por el conjunto de puntos en un plano en que la diferencia del segmento $\underline{f'p}$ menos el segmento $\underline{fp}$ es igual a la constante $\underline{2a}$. Esto se puede plantear de la siguiente manera:

$$\overline{f'p}-\overline{fp}=2a$$

De lo anterior, y nuevamente gracias a Pitágoras, podemos plantear esa misma ecuación de esta manera:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}=2a+\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

Al elevar al cuadrado ambos términos obtenemos:

$$\left(\sqrt{(x+c)^2+y^2}\right)^2=\left(2a+\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$$

$$(x+c)^2+y^2=4a^2+4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}+\left(\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$$

$$\cancel{x^2}+2xc+\cancel{c^2}+y^2=4a^2+4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}+\cancel{x^2}-2xc+\cancel{c^2}+y^2$$

$$4xc=4a^2+4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

Al dividir todo entre cuatro obtenemos:

$$\frac{\cancel{4}xc}{\cancel{4}}=\frac{\cancel{4}a^2}{\cancel{4}}+\frac{\cancel{4}a\sqrt{(x-c)^2+y^2}}{\cancel{4}}$$

$$xc=a^2+a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

$$xc-a^2=a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

Al elevar nuevamente ambos miembros al cuadrado tenemos que:

$$\left(xc-a^2\right)^2=\left(a\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$$

$$x^2c^2-2xca^2+a^4=a^2\left((x-c)^2+y^2\right)$$

$$x^2c^2-2xca^2+a^4=a^2\left(x^2-2xc+c^2+y^2\right)$$

$$x^2c^2-2xca^2+a^4=a^2x^2-2xca^2+a^2c^2+a^2y^2$$

$$x^2c^2-a^2y^2-a^2x^2=a^2c^2-a^4$$

Al reagrupar los términos, logramos una simplificación importante:

$$x^2\left(c^2-a^2\right)-a^2y^2=a^2\left(c^2-a^2\right)$$

Al dividir ambos términos entre $a^2\left(c^2-a^2\right)$, obtenemos la ecuación de la hipérbola con centro en el origen:

$$\frac{x^2\left(c^2-a^2\right)}{a^2\left(c^2-a^2\right)}-\frac{a^2y^2}{a^2\left(c^2-a^2\right)}=\frac{a^2\left(c^2-a^2\right)}{a^2\left(c^2-a^2\right)}$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{\left(c^2-a^2\right)}=1$$

De nuestro diagrama al inicio sabemos que $a^2+b^2=c^2$ por lo que, al despejar *c*, tendremos: $c^2-a^2=b^2$ y, sustituyendo este valor en nuestra ecuación, obtendremos:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

CATÓN Y LAS MATEMÁTICAS

Casi todos conocemos al famoso y muy ingenioso saltillense Armando Fuentes Aguirre, mejor conocido como "Catón". En su columna del periódico Reforma, denominada *Mirador*, del sábado 22 de mayo, presentó un tema relacionado con la geometría euclidiana, el que a la letra dice:

"Éstas eran dos líneas paralelas

Las líneas paralelas, ya se sabe, se alargan hasta el infinito sin juntarse nunca.
Pero sucede que estas dos líneas paralelas estaban enamoradas una de la otra. No necesitaron, entonces, llegar al infinito para unirse. Cierto día, cuando ningún matemático las estaba viendo, las líneas se juntaron, y fueron entonces una sola y enamorada línea.
Con esto que he contado no quiero atentar contra los principios que rigen a la ciencia matemática. Lejos de mi tan temeraria idea. Lo que quiero decir es que el amor está por encima de todas las ciencias. Tiene el amor su propia ciencia, que aunque no sea exacta tiene más fuerza que todas las otras ciencias puestas juntas."

Gracias al querido Catón por su aportación a la divulgación de las matemáticas, con gusto aceptamos su hipótesis de que el amor tiene su propia ciencia y que ésta está por encima de todas las ciencias. No creo que nadie se atreva a afirmar lo contrario.

Comentemos un poco sobre las paralelas euclidianas y las paralelas enamoradas.

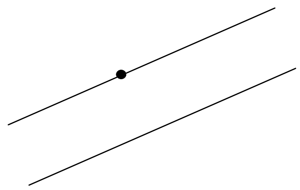
En efecto, el quinto postulado de Euclides manifestado en el primer libro de su monumental obra *Los Elementos* establece que "dos rectas paralelas se cruzan en el infinito".

Este postulado siempre generó polémica y después de algún tiempo se planteó como que

“El joven conoce las reglas, el viejo las excepciones”

Anónimo

“por un punto fuera de una recta, sólo puede pasar una paralela a dicha recta.”



A este postulado no sólo le sucedió lo anterior sino que, al inicio del siglo XIX, en estudios independientes, destacados matemáticos como Carl Friederich Gauss, János Bolyai y Nokolai Ivanovich Lobachevsky partieron de la hipótesis de que el quinto postulado era falso ya que no se puede verificar empíricamente que dos rectas prolongadas hasta el infinito nunca se cortarán pues sólo podemos trazar segmentos y no las rectas completas. Con ello, estos matemáticos descubrieron la existencia de la *geometría no euclidiana o hiperbólica*. Gracias a esta contribución sobre la geometría de más de tres dimensiones, Albert Einstein llegó a los fundamentos de la Teoría de la Relatividad.

A todo esto, ahora podemos agregar la aportación del tan ilustre escritor Don Armando Fuentes Aguirre: “dos líneas paralelas enamoradas dejan de ser paralelas y se vuelven una sola.

De donde, por ello sí se cruzan, y no sólo eso, hasta se enciman.

Gracias maestro Catón, con todo respeto.

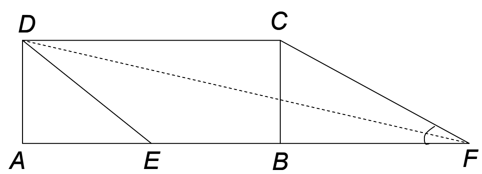
LOS HORRORES DE LOS ERRORES

No se si a ustedes les ha ocurrido que después de escribir muchas veces una palabra y de revisar muchas veces un texto con esa palabra, se les va una con una falta de ortografía. Pues a mí me pasa muy seguido y por ello pido todas las disculpas que pueda tener a mi alcance. Resulta que en el pasado número escribí *ELIPSE* con “C”. Me da mucha pena y prometo ser más cuidadoso.

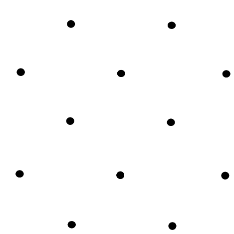
También agradezco a nuestro querido amigo el Lic. Pedro Hot que nos hace la corrección de que Wittgenstein se escribe con tt y no con dos *erres* (Wirrgenstein) como lo escribí. Además nos aclara que wirr implica confusión. Todo lo contrario a lo que para nosotros queríamos manifestar con la apostilla de *Ludwig Wittgenstein*.

LOS PROBLEMAS DEL CALENDARIO

Lunes 7. En el rectángulo ABCD, E es el punto medio de AB, el ángulo BFC mide 30º y AD= ½ DC. ¿Cuánto mide el ángulo EDF?



Miércoles 16. Sin despegar el lápiz, une todos los círculos utilizando sólo cinco rectas.



Jueves 17. ¿Cuántos conjuntos de dos o más enteros positivos consecutivos suman 105?

Educación y Desarrollo
INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM
Coordinación de Ingeniería de Sistemas

Matemáticas para todos. Año 11, número 101, junio de 2010. Periodicidad: diez números al año. **Editor responsable:** Alfonso Ramón Bagur. **Nº de Certificación de reserva de derechos al uso exclusivo de título:** 04-2000-0829110600-106. **Certificado de licitud de título:** Núm. 11423. **Certificado de licitud de contenido:** Núm. 8018. **Publicación en formato electrónico elaborado y distribuido por:** Educación y Desarrollo, A.C. y el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

E-mail: fdomexia@prodigy.net.mx. Página web: www.educacion.org.mx