MATEMÁTICAS PARA TODOS

Educación y Desarrollo

Año 12, Número 108, marzo de 2011

EN ESTE BOLETÍN:

EL CCH EN LA OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS

Adriana Ivonne Canales Ramos, alumna del plantel Sur de Colegio de Ciencias y Humanidades, obtuvo el tercer lugar en la XXIV Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Adriana comentó a "Suplemento", gaceta del CCH, "Aunque las matemáticas algunas veces son difíciles, estas ofrecen muchas posibilidades a quienes las practican, pues contribuyen a despertar su imaginación, creatividad y además, fomentan sus aptitudes analíticas".Felicidades a Adriana y al CCH, ojalá y muchos de los alumnos de esta gran institución sigan las huellas de esta destacada universitaria.

TEMA VISTO A LA LIGERA

Uno de los ejes temáticos de matemáticas en secundaria es el de Manejo de la información y, como parte de éste, se encuentra el tema de Representación de la información mismo que, a su vez, incluye como subtema el de Medidas de tendencia central y dispersión.

Pues bien, por lo regular, el último tema que se presenta en los cursos de secundaria es precisamente ese, el de Representación de la información y, dentro de éste, el tema de Aprendizaje de las medidas de tendencia central es también el que se ve al final y, casi siempre, los docentes lo tratan a toda velocidad. Por ello, este número lo dedicamos a ese tema.

TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN

Las medidas de tendencia central se refieren a la información que se encuentra al centro de un conjunto de datos. Pero ese centro puede depender ya sea del orden en el que se encuentran los datos o del valor de dichos. Para mejor comprensión de lo anterior, analicemos el conjunto de datos producto de las calificaciones del grupo de 3 A, de la secundaria 12, Eliseo García Escobedo.

Calif. Orden alfabético		
#	Nombre	Calif.
1	Alvarado	7.5
2	Arce	5
3	Arellano	6.5
4	Benítez	8
5	Cabrera	8.5
6	Casas	0
7	Castañón	4
8	Chiñas	7
9	Contreras	7.5
10	Espinosa	7.5
11	Fernández	6
12	García	6.5
13	González	9
14	Hernández	9.5
15	Hernández	7
16	Jiménez	7.5
17	Landeros	8
18	Lazcano	8.5
19	Lira	3
20	Luna	6.5
21	Martinez	7
22	Méndez	8
23	Montes	9
24	Montiel	10
25	Olvera	5
26	Ortega	6.5
27	Ortiz	9
28	Priego	8
29	Rodríguez	9.5
30	Romo	8.5
31	Rosales	6
32	Sánchez	7.5
33	Sosa	9.5
34	Torres	8
35	Vázquez	9
36	Zaragoza	10

Calif. Por valor		
#	Nombre	Calif.
1	Casas	0
2	Lira	3
3	Castañón	4
4	Arce	5
5	Olvera	5
6	Fernández	6
7	Rosales	6
8	Arellano	6.5
9	García	6.5
10	Luna	6.5
11	Ortega	6.5
12	Chiñas	7
13	Hernández	7
14	Martinez	7
15	Alvarado	7.5
16	Contreras	7.5
17	Espinosa	7.5
18	Jiménez	7.5
19	Sánchez	7.5
20	Benítez	8
21	Landeros	8
22	Méndez	8
23	Priego	8
24	Torres	8
25	Cabrera	8.5
26	Lazcano	8.5
27	Romo	8.5
28	González	9
29	Montes	9
30	Ortiz	9
31	Vázquez	9
32	Hernández	9.5
33	Rodríguez	9.5
34	Sosa	9.5
35	Montiel	10
36	Zaragoza	10

"Yo amo a la sabiduría más de lo que ella me ama a mí."

George Gordon Byron

“Los fracasos nos ofrecen la oportunidad de reanudar la tarea con más tiento e inteligencia.”

Henry Ford

Media o promedio

Si deseamos conocer cuál es el promedio de las calificaciones del grupo, no importa el orden en que se encuentren, pues éste se obtiene al sumar todas las calificaciones y dividir el resultado entre el número de alumnos o datos *(n)*.

$$P_c = \frac{7.5+5+6.5+8+8.5+4+0+...+9.5+8+9+10}{36} = \frac{263.5}{36} = 7.32$$

La fórmula quedaría así:

$$P_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Observe que si cambia el orden de los sumandos del numerador la suma no se altera, por ello en el promedio o media no importa el orden de los datos.

Mediana

Lo anterior no sucede en el caso de la mediana, la que se define como: el valor que se encuentra en el centro de los datos, ordenados éstos de mayor a menor *(n/2)*. En nuestro ejemplo, para obtener la mediana es necesario utilizar la tabla en la que el orden de los datos va de menos a mayor y, dado que son 36 datos, la mediana se encontrará entre el valor 18 (Jiménez) y el 19 (Sánchez), los cuales marcan 7.5. Si estos espacios hubieran estado ocupados por números diferentes como, por ejemplo, 6 y 7 ó 5 y 9, la mediana sería la suma de los dos números dividido entre dos.

$$\frac{6+7}{2} = 6.5 \text{ ó } \frac{5+9}{2} = 7$$

Moda

Si usted aplica las fórmulas antes presentadas, pero con varios datos, por ejemplo: conocer las diferentes maneras de agrupación de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,1 0, 11, 12, 13, 14 y15 objetos o la superficie de 13 círculos que tienen un diámetro el que va desde: 50 cm. hasta 110 cm; tendremos que dado que los resultados serán varios, éstos se deben presentar por medio de una o varias tablas. Observe los siguientes resultados.

Dispersión

Para analizar qué tan concentrados o separados se encuentran los datos, es necesario definir los rangos de concentración. Estos se establecen con base en las frecuencias de aparición de los datos o rangos definidos a conveniencia de lo que se está evaluando. Si regresamos a nuestro ejemplo de las calificaciones podemos establecer dos tipos de frecuencias: una en la que mostremos sólo qué tanto se repiten las calificaciones o bien establecer un tabulador de calificaciones:

Frecuencia de aparición de calificaciones

Calificación	Frecuencia
0	1
0.5	0
1	0
1.5	0
2	0
2.5	0
3	1
3.5	0
4	1
4.5	0
5	2
5.5	0
6	2
6.5	4
7	3
7.5	5
8	5
8.5	3
9	4
9.5	2
10	2

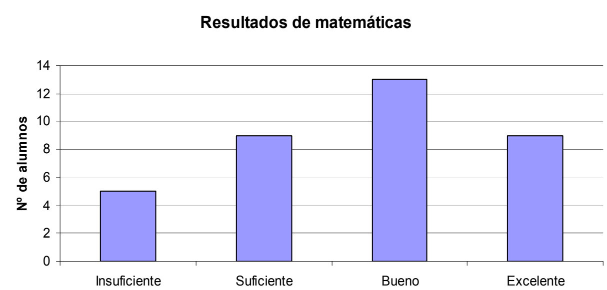
Tabulador de calificaciones

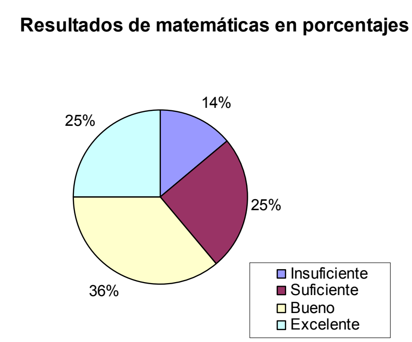
Nivel	Rango
Insuficiente	< 5.5
Suficiente	6 a 7
Bueno	7.5a 8.5
Excelente	9 a 10

Con esto nuestra tabla de 36 renglones ahora se vería así: Nivel de matemáticas del grupo 3 A

Clase	Frecuencia
Insuficiente	5
Suficiente	9
Bueno	13
Excelente	9

La presentación gráfica de estos datos se puede presentar de la siguiente manera.





Observe que para tener una idea del nivel del grupo en matemáticas, los datos agrupados por su frecuencia de aparición nos son más útiles que la información sin concentrarse.

De las calificaciones del grupo podemos decir lo siguiente:

- ✓ El promedio (media) de las calificaciones del grupo fue de: 7.32 puntos.
- ✓ La mediana de las calificaciones es de 7.5 puntos
- ✓ La moda implica que las calificaciones de 7.5 y 8 son las que más aparecen en los resultados del examen.
- ✓ El 36% de las calificaciones son catalogadas como buenas, el 25% como de excelencia, el 25% apenas suficiente y el 14% de insuficiente.

Hay de datos a datos

Existen diferentes tipos de datos, aquellos que tienen un valor numérico, con el que se pueden obtener más resultados y los que únicamente representan objetos.

Lo anterior se puede apreciar en los siguientes ejemplos:

Datos con valor numérico

Valentina rompió su alcancía y encontró que tiene 337 monedas. Las 337 monedas son el total de objetos, pero no es lo mismo que todas sean de 50 centavos o de 10 pesos. Los objetos en este caso tienen diferentes valores con los que se pueden obtener otros datos. Como Valentina conoce de dispersión de datos y de medidas de tendencia central hace esta tabla.

Monedas de	Frecuencia
20 centavos	26
50 centavos	32
1 peso	57
2 pesos	63
5 pesos	81
10 pesos	78
Total	337

De esta tabla obtenemos que la moneda más frecuente es la de cinco pesos. Ésta es la moda de la tabla. La mediana es la moneda que se encuentre a la mitad de los datos así que al dividir a 337 entre dos tenemos: 168.5. Al contar las frecuencias, nos damos cuenta de que el dato 168.5 se ubica en las monedas de dos pesos.

En este caso, conocer el promedio o media que se tiene de cada tipo de moneda se obtiene al dividir el total de monedas entre las seis clases de monedas que aguardó Valentina. Esto es:

$$\frac{337}{6} = 56.17$$

En este caso, y muchos otros, este dato (la media) no proporciona ninguna información útil.

Si utilizamos el valor de las monedas, nuestra tabla puede ser complementada de la siguiente manera:

Monedas de	Frecuencia	Operación	Monto ahorrado
20 centavos	26	26 x 0.2	5.2
50 centavos	32	32 x 0.5	16
1 peso	57	57 x 1	57
2 pesos	63	63 x 2	126
5 pesos	81	5 x 81	405
10 pesos	78	78 x 10	780
Total	337		1389.2

En esta tabla hemos incluido el valor de cada dato, lo que hace que se observe de manera diferente la información.

Datos que describen objetos

Un ejemplo de datos que se agrupan o concentran sólo por sus características es el siguiente.

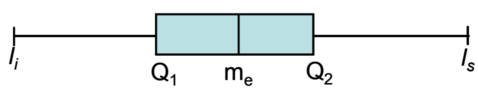
Los alumnos de un bachillerato se ubican en la esquina con mayor afluencia de vehículos de la ciudad para conocer la preferencia de los conductores por los colores sus autos.

Después de cuatro horas de medición, obtienen lo siguiente:

Color	Cantidad	Porcentaje
Plata	137	24
Gris	110	19
Blanco	109	19
Verde	72	12
Negro	60	10
Rojo	59	10
Café	32	6
Total	579	100

De esta tabla se observa que 24% de los automovilistas que circulan por esa avenida tienen auto color plata.

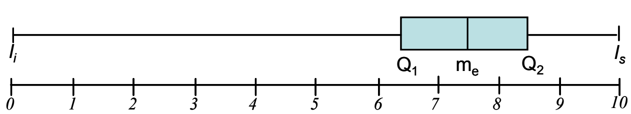
En este caso, de las medidas de tendencia central la que más nos puede servir es la moda. El color del auto más observado fue el plata, sin embargo, para saber el tanto más de los otros colores se recurre a los porcentajes de las frecuencias.
Hemos observado que la información se puede presentar por medio de tablas y gráficas, pero una de las gráficas más expresivas de las medidas de tendencia central es la de caja-brazos.



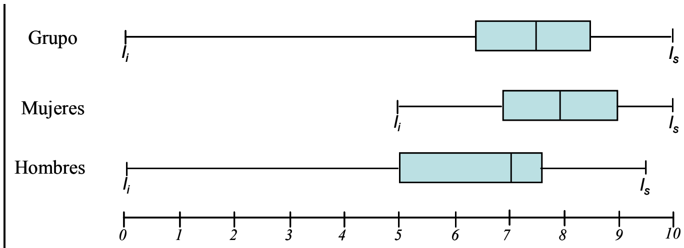
En esta presentación de datos de tendencia central se tiene que:

l_i: Es el primer dato de la tabla
Q_1: Dato a partir del cual se identifica el 25% de los datos de menor valor.
m_e: Es la mediana o la media según convenga.
Q_2 Es el 75% de los datos o el 25% de los datos de mayor valor.
l_s: Es el último dato de la serie

Así los datos de matemáticas del 3º A, de la Secundaria 12 se podrían representar de la siguiente manera.



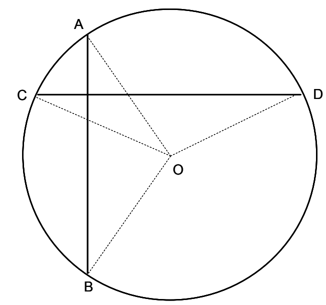
En este caso, el alumno de obtuvo cero de calificación hizo que el brazo izquierdo descendiera hasta la calificación más baja.
Pero si tuviéramos las calificaciones divididas por hombres y mujeres, lo que implica mayor detalle de la información, podríamos mejorar nuestra apreciación sobre lo que pasa en el grupo. Observe la siguiente gráfica:



Con esta información, de manera sencilla e inmediata, nos damos cuenta de que la media en las mujeres está en 8, que un 25% de los resultados están entre las calificaciones de 5 y 7 y otro 25% entre 9 y 10. De lo anterior, observamos que los hombres son los que bajan el promedio del grupo.
El tema de las medidas de tendencia central y de dispersión es un tema que nos ayuda a interpretar mejor la información y además nos permite formar juicios sustentados.

LOS PROBLEMAS DEL CALENDARIO

Martes 1. Si el promedio de: $1,2,3,....98,99,x$ es $100x$, ¿Cuál es el valor de x?
Lunes 14. Si $x + y = 5$ y $xy = 1$, encuentra el valor de $x^3 + y^3$.
Miércoles 23. Si las cuerdas AB y CD son perpendiculares, ¿cuánto vale la suma de los ángulos COB y AOD?



Matemáticas para todos. Año 12, número 108, marzo de 2011. Periodicidad: diez números al año. **Editor responsable:** Alfonso Ramón Bagur. **Nº de Certificación de reserva de derechos al uso exclusivo de título:** 04-2000-0829110600-106. **Certificado de licitud de título:** Núm. 11423. **Certificado de licitud de contenido:** Núm. 8018. **Publicación en formato electrónico elaborado y distribuido por:** Educación y Desarrollo, A.C. y el Instituto de Ingeniería de la UNAM.
E-mail: fdomexia@prodigy.net.mx. Página web: www.educacion.org.mx

Educación y Desarrollo