FMED
Educación y Desarrollo

MATEMÁTICAS PARA TODOS

Año 12, Número 109, abril de 2011

EN ESTE BOLETÍN:

Cristo el matemático

En una ocasión en la que Cristo reunió a los 12 apóstoles, Pedro, el pescador, le preguntó "¿Señor, qué parábola aprenderemos hoy?" A lo que Cristo contestó pausadamente: Cuál otra, querido Pedro, la única que se puede entender en todos los idiomas y religiones.

$$y = x^2$$

Ecuación de la parábola

Las Ecuaciones

En nuestra vida diaria usamos las matemáticas de manera intensa y efectiva. Lo hacemos al aplicar de diferentes maneras las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y algunas veces otras operaciones como los exponentes, logaritmos, radicales, derivadas e incluso integrales. Las utilizamos cuando necesitamos calcular, medir, predecir, crear y sobre todo, cuando nos enfrentamos a un problema.

En ocasiones, el uso de las matemáticas se da de manera automática; en otras, nos detenemos un poco para diseñar algún procedimiento que nos ayude a encontrar un camino para obtener el resultado buscado. Este procedimiento, el que pensamos y establecemos, lo manifestamos por medio de un conjunto de operaciones con algunos datos o constantes.

Este conjunto de operaciones, las que seleccionamos por medio del razonamiento, las llamamos ecuaciones o fórmulas.

La definición más común de ecuación matemática es la siguiente:

Igualdad que contiene una o más incógnitas
Diccionario de la Lengua Española RAE

Sin embargo, una definición de ecuación más práctica para los fines de este boletín es la siguiente:

Igualdad de dos expresiones algebraicas en las que puede haber valores conocidos o desconocidos.

Los valores conocidos son datos representados por números o constantes. Los valores desconocidos, por lo regular, se representan por letras llamadas incógnitas.

Incógnita Constante Operación

$$A = \pi r^2$$

Dato

En esta ecuación, la incógnita *(A)* es el área de un círculo, la constante es π (*pi*) —cuyo valor siempre es *3.1416*—, el dato es el radio del círculo *(r)*, y las operaciones son el multiplicar a π por el radio (*r*) elevado al cuadrado (r^2).

En nuestra definición, señalamos que una ecuación es una igualdad de dos expresiones. Esto implica que dos grupos de operaciones de datos y/o constantes están ligadas por medio de un signo de igual y, aunque parece una verdad de Perogrullo, significa que: *lo que se presenta en un miembro es igual al otro, aunque estén representados de diferentes maneras.* Por ejemplo:

Incógnita

$$\underbrace{4x-1}_{\text{1er miembro}} = \underbrace{2x+3}_{\text{2º miembro}}$$

En esta ecuación la *equis* es la incógnita y los *unos* son los datos. Por lo regular, en las ecuaciones a los elementos que pueden tomar diferentes valores se les llama *variables*. En el caso de la ecuación del círculo, los elementos que pueden variar son: el área *(A)* y el radio *(r)*; por lo tanto, las variables de

> **"Aprender es decebir lo que ya saber. Actuar es demostrar lo que sabes."**
> *Richard Bach*

“Señor Concédeme el desear siempre más de lo que alcanzo.”
Miguel Ángel

esa ecuación son A y r. Pero como el área (A) depende de qué tanto varía el radio (r), a (A) se le conoce como variable dependiente y a (r) como variable independiente.
Para nuestros alumnos esto pude ser confuso, pues en algunas ocasiones las ecuaciones no tienen variables dependientes o independientes, tal es el caso de la ecuación de las *equis*. Una forma de aclarar lo anterior es especificar que, cuando en una ecuación se tiene un resultado, éste será la variable dependiente, ya que éste es producto de algunos datos que pueden variar y, por lo tanto, los datos que pueden variar son las variables independientes.
Todos los problemas de matemáticas pueden ser presentados por medio de una o varias ecuaciones, sin embargo, no todas las ecuaciones pueden ser resueltas, pues puede ser que no se obtengan los datos necesarios.

PLANTEAMIENTO DE ECUACIONES

Suponga que va a pintar una superficie cuadrada de a x a metros y que su pintura tiene un rendimiento de una cantidad x de *metros cuadrados* (m^2) por cada litro. ¿Qué formula diseñaría usted para saber la cantidad de pintura (Q_p) que requerirá con sólo conocer la longitud del cuarto?
Lo primero que debe determinar es una fórmula para calcular la superficie de la pared que va a pintar. Como en este caso es un cuadrado, la superficie la puede obtener multiplicando *lado* (a) por *lado* (a), es decir, *lado al cuadrado* (a^2).

$$S_c=a \text{ x } a=a^2$$
$$S_c=a^2\ (m^2)$$

Ahora, si sabe que con un litro (l) de pintura puede pintar x m^2 de superficie, puede especificar las unidades de rendimiento de la pintura.

$$R_p = x\frac{m^2}{l}$$

Con estas dos ecuaciones puede encontrar una sola fórmula que le ayude a conocer cuántos litros de pintura necesitará para pintar un muro del que conoce su superficie.
Si tiene S_c metros cuadrados de superficie y cada litro de pintura rinde x metros cuadrados (m^2) de superficie, sólo debe dividir la superficie de la pared entre el rendimiento de la pintura para conocer la cantidad de pintura que necesita. La fórmula quedará así:

$$Q_p = \frac{S_c}{R_p}$$

Al sustituir los valores de S_c y R_p la fórmula quedará así:

$$Q_p = \frac{a^2}{x}$$

Si analiza las dimensiones que utilizará en la fórmula, obtendrá lo siguiente:

$$\frac{\cancel{m^2}}{\frac{\cancel{m^2}}{l}} = l$$

Así que, si tiene una pared cuadrada de *5 m* de longitud por lado y el rendimiento de pintura es de *4.5 m2/l*, al aplicar mi fórmula tendrá:

$$Q_p = \frac{5^2}{4.5} = \frac{25}{4.5} = 5.55l$$

Con esto sé que requiero *5.6 litros de pintura.*

ECUACIONES POLINÓMICAS

En este tipo de ecuaciones cada uno de sus miembros pueden tener dos o más monomios (números y letras separados por un signo)

$$5x^3y^2+6x^2y-4x=4x^3y^2-5x^2y+2x+y$$

Al pasar a todos lo elementos de un miembro al otro la ecuación puede quedar igualada a cero.

$$5x^3y^2+6x^2y-4x-4x^3y^2+5x^2y-2x-y=0$$
$$x^3y^2+11x^2y-4x-2x-y=0$$

Las ecuaciones polinómicas se clasifican por su grado, el que está determinado por el exponente más alto de los polinomios.
Así, la ecuación que se presenta arriba es de tercer grado.

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Una ecuación de primer grado es aquella en la que su variable independiente tiene como exponente *1*, por ejemplo.

$$4x-1=2x-3$$

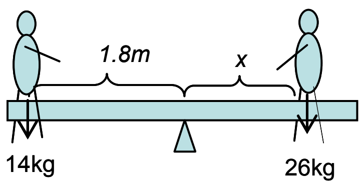
Su solución se obtiene cuando se despeja la variable x y se realizan las operaciones.

“Si cada cual se ocupara de los suyo, el mundo daría sus vueltas más aprisa.”
Lewis Carroll

$$4x-2x=-3+1$$
$$2x=-2$$
$$x=\frac{-2}{2}$$
$$x=-2$$

Un ejemplo de una ecuación de primer grado es el siguiente.

Valentina tiene 8 años y pesa 26 kg, Alexa tiene 3 años y pesa 14 kg. Ambas se suben a un subibaja Alexa se sienta a 1.8 m del fulcro. ¿A qué distancia se debe sentar Valentina para que no haya desequilibrio?



$$P_a * 1.8 = P_v * x$$
$$\frac{P_a * 1.8}{P_v} = \frac{\cancel{P_v}}{\cancel{P_v}} * x$$
$$\frac{14kg * 1.8m}{26kg} = x$$
$$x = 0.97m$$

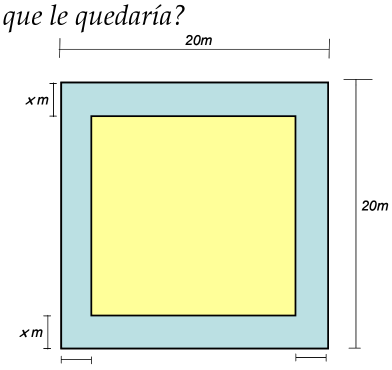
ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

En estas ecuaciones el máximo exponente es dos, es decir, al menos un término se encuentra elevado al cuadrado. Pueden tener la siguiente forma:

$ax^2+bx+c=0$

Un ejemplo de estas ecuaciones es el siguiente:

Se tiene un terreno cuadrado de 20 por 20 m, el ayuntamiento solicita que se done de cada lado x m para una banqueta. ¿Con qué fórmula puede usted calcular la superficie que le quedaría?



El área final del terreno quedaría representada por la ecuación:

$$(20-x)(20-x)=A_f$$
$$x^2-40x+400=A_f$$

Con el simple hecho de definir el tamaño de la banqueta se puede conocer de qué tamaño quedará el terreno. Por ejemplo, si la banqueta *(x)* va a ser de *2m* se tendrá lo siguiente:

$$x^2-40x+400=A_f$$
$$(2)^2-40(2)+400=A_f$$
$$A_f=324m^2$$

Por lo regular, estas ecuaciones se utilizan para obtener el valor de la variable *x*. El problema anterior se puede plantear de la siguiente manera:

Se tiene un terreno cuadrado de 400 m² de superficie, si se desea que su superficie quede de 324 m² después de colocarle una banqueta. ¿De qué ancho será la banqueta?

La ecuación del problema quedará planteada de la siguiente manera:

$$(20-x)(20-x)=324$$
$$x^2-40x+400=324$$
$$x^2-40x+76=0$$

Esta ecuación se puede resolver por medio de la fórmula general para la solución de ecuaciones de 2º grado. (Ésta la hemos desarrollado en otros números de nuestro boletín, si les interesa a nuestros lectores cómo se deduce sólo envíen un correo y les mandamos su desarrollo)

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

De acuerdo a lo señalado arriba, las ecuaciones de 2º grado tienen la siguiente forma: $ax^2+bx+c=0$, Por ello en nuestra ecuación tenemos que: a= 1, b=-40 y c=76. Al sustituir en la fórmula general para la solución de ecuaciones de 2º grado se obtiene lo siguiente.

> **“Quien hace, puede equivocarse. Quien nada hace, ya está equivocado.”**
> *Daniel Kun*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-40) \pm \sqrt{(-40)^2 - 4(1)(76)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{40 \pm \sqrt{1296}}{2}$$

$$x = \frac{40 \pm 36}{2}$$

$$x_1 = \frac{40 + 36}{2} = 38$$

$$x_2 = \frac{40 - 36}{2} = 2$$

Con éste cálculo observamos que al terreno de *400 m²* se le deben quitar *2 m* en cada lado para que su superficie sea de *324 m²*

GRAFICACIÓN DE ECUACIONES

Las ecuaciones también expresan gráficas en los ejes cartesianos. Para ello, sólo se deben tabular de la siguiente manera. Suponga que tiene estas dos ecuaciones:

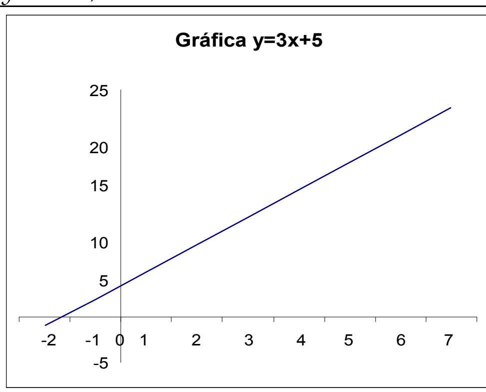
$$y = 3x + 5$$

$$y = 2x^2$$

Asigne a la variable independiente *(x)* un conjunto de valores y calcule cuánto valdría la variable dependiente *(y)*:

y=3x+5; Ecuación de una recta

x	y
-2	-1
-1	2
0	5
1	8
2	11
3	14
4	17
5	20
6	23



y=2x²: Ecuación de una parábola

X	y
-2	8
-1	2
0	0
1	2
2	8
3	18
4	32
5	50
6	72

Las ecuaciones son el lenguaje de las matemáticas, por ello es muy importante conocerlas y saber cómo tratarlas.

Para poder plantear las ecuaciones que nos pueden ayudar a resolver un problema, es necesario conocer perfectamente el significado y las características de las operaciones. Entre más operaciones se conozcan, más herramientas se tendrán para plantear ecuaciones y, con ello, definir mejor lo que se hace con las matemáticas. El planteamiento adecuado de las ecuaciones se logra por medio de la reflexión y de mucha práctica.

LOS PROBLEMAS DEL CALENDARIO

Miércoles 6. Determina el valor máximo de la operación *a(b+c)-b(a+c)*. Si *a, b* y *c* son enteros positivos menores o iguales a 10.

Martes 19. Nueve obreros han trabajado *80* días para construir una pared de *120m* de largo. ¿Cuántos días tendrán que trabajar cuatro obreros para construir otra pared, de igual espesor y altura que la primera, de *170m* de largo?

Viernes 28. El promedio de 27 números naturales consecutivos es 2011. Encuentra el menor de los 27 números.

Educación y Desarrollo

Matemáticas para todos. Año 12, número 109, abril de 2011. Periodicidad: diez números al año. **Editor responsable:** Alfonso Ramón Bagur. **Nº de Certificación de reserva de derechos al uso exclusivo de título:** 04-2000-0829110600-106. **Certificado de licitud de título:** Núm. 11423. **Certificado de licitud de contenido:** Núm. 8018. **Publicación en formato electrónico elaborado y distribuido por:** Educación y Desarrollo, A.C. y el Instituto de Ingeniería de la UNAM.
E-mail: fdomexia@prodigy.net.mx. Página web: www.educacion.org.mx

Consejo Editorial: • Sergio Manuel Alcocer Martínez de Castro • Hugo Balbuena Corro • Radmila Bulajich Rechtman • Roger Díaz de Cossío • Guillermo Fernández de la Garza • Carlos Lara Esparza • María Teresa Rojano • Fernando Solana. **Tel:** 5623-3500 ext. 1208 **E-mail:** alfonso@aprendizaje.com.mx