



MATEMÁTICAS

PARA TODOS

Educación y Desarrollo, A. C.



Año 10, Número 87, febrero de 2009

- Algunos temas interesantes para enseñar matemáticas:
 - Cálculo mental
 - Conversiones
- De nuestros lectores
- Los problemas del calendario

ALGUNOS TEMAS INTERESANTES PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS

Hemos comentado que las matemáticas deben ser entretenidas y útiles para que los alumnos las aprendan con gusto y poco esfuerzo. Sin embargo, no nos hemos preocupado por mencionar los temas pueden servir para que estas condiciones se den.

Algunos temas entretenidos, y útiles pueden ser: el cálculo mental, las conversiones, los juegos y retos, como el dominó o los Sudokus.

En este número trataremos el *cálculo mental y la enseñanza de las conversiones*.

En el caso del cálculo mental, por diferentes motivos los docentes lo dejan de lado. Algunos de estos motivos son: no se evalúa en los exámenes oficiales y por ello primero se ven los temas que sí se incluyen en pruebas como ENLACE; pareciera poco serio, ya que en muchas ocasiones sólo se llega a aproximaciones; algunos profesores no conocen el tema o lo consideran poco importante, no se cuenta con técnicas específicas para su enseñanza; en ocasiones es considerarlo como un juego sin valor académico; les resulta a los alumnos más fácil usar una calculadora, que realizar los cálculos mentales.

El cálculo mental tiene sus orígenes desde que se creó la aritmética y se define como *la realización de cálculos sin la ayuda de ningún instrumento o apoyo más que el cerebro*. Incluso los calculistas mentales profesionales consideran que no se debe usar papel y lápiz para anotar los números.

Ha habido grandes calculistas mentales como Jaime García Serrano, apodado la computadora humana, quien puede obtener el resultado de raíces cuadradas con más de 10 dígitos casi al mismo tiempo que cuando se termina de escribir la cifra en un pizarrón.



Fotografía obtenida de la página: www.jaimegarciaserrano.com

Desde luego no se debe pretender que nuestros alumnos hagan esto, pero sí es importante que conozcan las capacidades de otras personas pues, en una de esas, alguno de nuestros pupilos nos da la sorpresa de ser un fenómeno con el cálculo mental.

La verdad es que todos, de una u otra manera, usamos el cálculo mental. Esto sucede cuando realizamos las operaciones básicas con las tablas de multiplicar o adiciones y restas, con uno o dos dígitos. Por ejemplo al hacer operaciones como las siguientes: $7 + 5 = 12$; $6 \times 9 = 54$; $9 - 5 = 4$; $8 \div 2 = 4$

El problema de atrofia inicia cuando tenemos que realizar operaciones con más dígitos. Además, como en la escuela aprendimos a realizar las operaciones por medio de algoritmos, usamos poco el cálculo mental. Así cuando multiplicamos 145×12 , lo hacemos por medio de un algoritmo como el siguiente:

$\begin{array}{r} 145 \\ \times 12 \\ \hline 290 \\ 145 \\ \hline 1740 \end{array}$	Es posible resolver esta misma operación de manera inmediata y sin anotarla en el papel o recurrir a la calculadora de la siguiente manera:
---	---

Multiplique primero 145 por 10 y sume al resultado los 145 por 2 que faltan.

$$(145 \times 10) + (145 \times 2) = 1450 + 290 = 1740$$

“Una cosa es saber y otra saber enseñar.”

Marco Tulio Cicerón

“En el fondo, los científicos somos gente con suerte; podemos jugar con lo que queremos durante toda la vida.”

Lee Smilin

El cálculo mental se desarrolla con la práctica y existen varias técnicas para realizarlo. Es recomendable que los alumnos usen varios métodos para que seleccionen el que más les acomode o bien que inventen uno propio. Coménteles también que con éste se entrena al cerebro para que envejezca menos rápido.

A continuación presentamos algunos métodos para hacer cálculos mentales:

Antes que nada, hay que definir qué tan precisos se desea que sean los resultados del cálculo pues existen algunas técnicas para sólo obtener aproximaciones. Por ejemplo, al sumar una lista de cantidades, si cierra éstas a los números más cercanos obtendrá una buena aproximación. Analice esta suma: $37 + 42 + 68 + 45 + 12 + 53 = ?$ Esta operación puede resolverse mentalmente con las siguientes cantidades:

$$40 + 40 + 70 + 40 + 10 + 50 \sim 250$$

Existen otros métodos que se fundamentan en el uso de la memoria y que se dividen a su vez en dos tipos:

- Aquellos en los que las operaciones se resuelven igual que sobre una hoja de papel pero sin anotarlas. Esto implica resolver sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y raíces tomando número por número. Las limitaciones son la práctica y la capacidad del cerebro para memorizar los números en un orden determinado.
- Aquellos en los que se utilizan los resultados de operaciones memorizadas previamente como las tablas de multiplicar o las sumas y restas más comunes. Así, si usted conoce las tablas de multiplicar del 1 al 99, puede inmediatamente dar con la respuesta de 63×76 . Aunque por lo regular sólo se enseñan las tablas del 1 al 10, existen personas que han memorizado las tablas del 1 al 1000 y que con ello son capaces de dar los resultados a operaciones de varios dígitos en un santiamén.

Cualquiera que sea el método empleado, no debemos perder nunca el sentido de la cantidad ya que con éste podemos comprobar que nuestro resultado se encuentra dentro del rango adecuado. Utilicemos nuevamente nuestro ejemplo de 63×76 :

Si multiplico 60×70 obtendré 4200, con esto ya sé que mi resultado deberá estar en el rango de los 4000 a los 5000. Este dato es muy importante sin importar el método que se utilice.

Un tercer método para el cálculo mental es aquel que utiliza las particiones, las aproximaciones y la división por bloques. Veamos algunos ejemplos:

a) *Particiones*

Al sumar $356 + 672$, partimos las cantidades para hacer las sumas más fáciles empezando por las centenas ($300 + 600 = 900$); sumamos después las decenas cerradas ($50 + 70 = 120$); y al final sumamos los dos últimos dígitos ($6 + 2 = 8$). Con esto sabemos que el resultado será:

$$900 + 120 + 8 = 1028$$

Observe que hicimos la suma con los dígitos de izquierda a derecha, es decir, al contrario de como lo hacemos en la escuela.

b) *Aproximaciones*

En este método las cifras se redondean a cantidades que pueden sumarse, restarse o multiplicarse más fácilmente. Utilizando nuestro ejemplo de $356 + 672$, primero redondeamos el 356 a 400. Para ello, sumamos 44 a 356, mismos 44 que deberemos restar a 672 y con ello nos quedarán 628. Así, la suma se convierte en: $400 + 628$, lo que nos da 1028.

c) *División por bloques*

Este método consiste en dividir las cantidades a sumar o restar en bloques de números que pueden ser fácilmente sumados o restados. Así, por ejemplo, el 356 lo podemos dividir en 7 bloques de 50, lo que nos da 350 y nos sobran 6 unidades. El otro sumando (672) lo dividimos en 13 bloques de 50 con lo que obtenemos 650 y nos sobran 22 unidades. Con esto tenemos 20 bloques de 50 que equivalen a 1000 unidades y al sumarles las 6 y las 22 unidades sobrantes obtenemos 1028.

Estos son sólo algunos métodos para calcular mentalmente sumas y multiplicaciones pero existen otros varios para realizar otras operaciones como las divisiones, la obtención de logaritmos y de raíces. Lo importante de realizar este tipo de actividades es el que los estudiantes practiquen con todo lo que encuentren e incluso compitan entre ellos para descubrir quién es el más rápido

“No hay que confundir el conocimiento con la sabiduría. El primero nos sirve para ganarnos la vida; la sabiduría nos ayuda a vivir.”

Sorcha Carey

LAS CONVERSIONES

Varios profesores coinciden en que uno de los temas más difíciles de enseñar es el de las conversiones. A nuestro entender, esto se debe a que antes se requiere dominar un conjunto de conocimientos seriados por lo cual, al no contar con alguno de ellos, la comprensión de este tema se dificulta. Algunos de estos conocimientos son:

1. Tener claro el concepto de medición.
2. Entender que existen diferentes tipos de medidas, como las de longitud, las de superficie, de volumen, de capacidad, de peso, de masa, de temperatura, de tiempo, etc.
3. Saber que existen varios sistemas de unidades y medidas y que, en ocasiones, estos no tienen una relación directa.
4. Poder realizar las operaciones básicas con números enteros, decimales y fracciones.
5. Conocer los diferentes métodos para obtener las medidas de las figuras geométricas.
6. Entender el concepto y la aplicación de las razones y las proporciones.
7. Saber despejar incógnitas.
8. Conocer las equivalencias de las diferentes unidades de medida.

El conjunto de conocimientos y reflexiones necesarios para encontrar una equivalencia es complejo y difícil, por ello recomendamos que los alumnos al menos sepan sumar, restar, multiplicar y dividir bien con números enteros, decimales y fracciones. Lo demás pueden entenderlo con la aplicación práctica.

En muchas ocasiones, la enseñanza de las conversiones se realiza de manera mecánica, incluso existen tablas de conversión que dicen “por cuánto” hay que multiplicar o dividir cierta cantidad. Por ejemplo: *Para obtener litros multiplique los galones por 3.785*. Así, cuando se tiene una cubeta de pintura de 5 galones, es posible decir que ésta equivale aproximadamente a:

$$5 \times 3.785 = 18.925 \text{ litros}$$

En realidad, con esta forma de enseñar las equivalencias no sólo no se aprende, sino que se distorsiona el pensamiento pues los resultados se obtienen mecánicamente sin reflexionar.

El tema de las conversiones puede enseñarse de forma muy práctica y con él se pueden reafirmar

otros conocimientos. Hemos encontrado que para que nuestros alumnos entiendan realmente este tema debemos iniciar con casos prácticos, como por ejemplo:

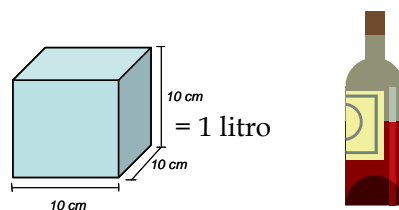
- 1) *Conversión de centavos a pesos, de dólares a pesos, de euros a pesos.*
- 2) *Obtención de las equivalencias de segundos a minutos, de años a meses, de meses a horas.*
- 3) *Equivalencia de metros a centímetros, de kilómetros a metros, de kilómetros a millas.*

Los alumnos deben entender primero el significado de equivalencia unitaria y saber que existen diferentes sistemas de medidas. Por ello, le sugerimos que invite a sus alumnos a medir el patio de la escuela con una regla de 30 centímetros para después retarlos a diseñar un método de medición más rápido, por ejemplo, usar una cuerda de 10 metros con un nudo a cada metro de distancia. Cuando los alumnos se den cuenta de que encontraron una medida equivalente y de que ésta les es más útil, habrán entendido que es necesario tener diferentes sistemas de medición.

Plátíqueles de las unidades grandes como los años luz, los pársec o las unidades astronómicas y hábleles sobre las medidas muy pequeñas como los nanómetros.

Una vez que sus alumnos estén convencidos de la utilidad de las diferentes unidades de medida, entonces sí, de una buena aplicación al tema de las razones y las proporciones que, dicho de paso, se vuelve difícil porque no siempre se enseña con ejemplos prácticos.

Regresemos a nuestro ejemplo de galones y litros: es recomendable siempre mostrar primero a los alumnos de qué estamos hablando, por ello enséñeles antes un recipiente de un litro y otro de un galón. Esto es fácil pues existen recipientes comerciales con estos volúmenes. En el caso del litro, aproveche para explicar a sus alumnos que un litro de agua cabe en un cubo de 10 x 10 x 10 centímetros.



Si nuestros alumnos comprenden que 3.785 litros equivalen a 1 galón, cuando se les pregunte cuántos litros hay en 5 galones les resultará lógico multiplicar cada galón por los 3.785 para obtener la equivalencia en litros. Pero esto no es suficiente para el aprendizaje, es necesaria la interiorización por medio de la lógica matemática. Por ello, explíqueles que para expresar que un galón es equivalente a 3.785 litros pueden utilizar la forma $1gal$ es a $3.785 l$ o, lo que es lo mismo, la razón:

$$1gal \rightarrow 3.785l$$

Con esta razón, pueden establecer una proporción de la siguiente manera: *Si ya sé que un galón equivale a 3.785 litros, al preguntarme a cuántos litros equivalen 5 galones, puedo plantear este cuestionamiento de la siguiente manera:*

$$1gal \rightarrow 3.785l$$

$$5gal \rightarrow xl$$

Observe que los galones quedaron sobre los galones y los litros sobre los litros. Además, podemos ser más específicos con la siguiente expresión:

$$\frac{1gal}{5gal} = \frac{3.785l}{xl}$$
 Al despejar a xl obtendremos una

ecuación muy sencilla: $xl = \frac{5gal \times 3.785l}{1gal} = 18.925l$

Como todo en las matemáticas, después de entender un tema es necesario practicarlo y hacerlo siempre en orden.

A este tema se le puede sacar mucho jugo pues es muy práctico. Sugerimos que siempre se cuente con una buena tabla de equivalencias y que los alumnos estén familiarizados con los diferentes sistemas de medición.

DE NUESTROS LECTORES

Agradecemos mucho a nuestros lectores sus contribuciones, comentarios y correcciones.

Nuestro querido amigo Estelio Baltasar nos envió junto con sus felicitaciones un texto de Sir Alfred N. Whitehead del cual, por falta de espacio, compartimos sólo lo siguiente: “...Cuando uno considera concienzudamente, en toda su amplitud, el problema de la educación de la juventud de una nación, las vidas truncadas, las esperanzas derrotadas, los fracasos nacionales que surgen de la frívola inercia con que se ha abordado este problema, resulta difícil contener una ira salvaje.” Ojalá que en nuestro sistema educativo este pensamiento sea leído.

El Arq. Gabriel Alejandro Quijano León del IEEA de Jalisco nos comentó que el libro que Ian Stewart publicó en 2008 se titula *Belleza y Verdad: Una historia de simetría* y no *Belleza y Realidad*. Muchas gracias por la observación.

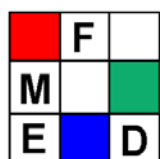
Max Bery Nasiel, de nacionalidad francesa, nos contestó sobre el error de la falacia matemática que presentamos en el folleto de enero al dividir entre cero.

LOS PROBLEMAS DEL CALENDARIO

Lunes 2. Escribe los números 1, 2 y 3 de manera que el mismo número no aparezca dos veces en el mismo renglón o columna. ¿Qué números puedes escribir en la celda que está marcada con ☺?

1	☺	
2	1	

Jueves 5. Ana compró un libro de cuentos, una novela y un diccionario por \$113. Si hubiera comprado sólo el libro de cuentos y el diccionario habría pagado \$81. Si hubiera comprado sólo la novela y el diccionario habría pagado \$87. ¿Cuánto pagó por el diccionario?



Educación y Desarrollo,
INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM
 Coordinación de Ingeniería de Sistemas

Matemáticas para todos. Año 10, número 87, febrero de 2009. Periodicidad: diez números al año. **Editor responsable:** Alfonso Ramón Bagur. **Nº de Certificación de reserva de derechos al uso exclusivo de título:** 04-2000-0829110600-106. **Certificado de licitud de título:** Núm. 11423. **Certificado de licitud de contenido:** Núm. 8018. **Publicación en formato electrónico elaborado y distribuido por:** Educación y Desarrollo, A.C. y el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

E-mail: fdomexia@prodigy.net.mx. **Página web:** www.educacion.org.mx

Consejo Editorial: • Sergio Manuel Alcocer Martínez de Castro • Hugo Balbuena Corro • Radmila Bulajich Rechtman • Roger Diaz de Cossío • Guillermo Fernández de la Garza • Carlos Lara Esparza • María Teresa Rojano • Fernando Solana. **Tel:** 5623-3500 ext. 1208 **E-mail:** alfonso@aprendizaje.com.mx