MFED
Educación y Desarrollo, A. C.
INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM
Coordinación de Ingeniería de Sistemas

MATEMÁTICAS PARA TODOS

Año 11, Número 99, abril de 2010

EN ESTE BOLETÍN:

- Mary Somerville
- Las funciones trigonométricas
- Bases de la trigonometría
- Un ejemplo del uso de la trigonometría
- De nuestros lectores
- Los problemas del calendario

MARY SOMERVILLE

Nació en Escocia el 26 de Diciembre de 1780. Durante su infancia no recibió instrucción formal, por lo que a los diez años apenas podía leer de corrido y escribir su nombre. A los trece años conoció a su tío, el Dr. Somerville, quién al percatarse de las ganas de ella por aprender, le mostró la historia de algunas de las mujeres científicas y matemáticas de la antigüedad. Esto la indujo a seguir estudiando sus trabajos y a aprender latín, con lo cual logró tener acceso a las obras matemáticas de los griegos, como el primer libro de Euclides. A los 24 años se casó con Samuel Greig pero tres años después quedó viuda con dos hijos, aunque sin problemas económicos. A partir de entonces se dedicó de lleno a las matemáticas. Unos años después se casó con su primo, William Somerville, quien le permitió continuar con sus estudios. A los 34 años conoció a Ada Lovelace (1815-1852), quien se inició en el estudio de las matemáticas con Mary como su mentora. Ada fue la única hija del poeta Lord Bayron y es conocida en el mundo de la ciencia como la primera programadora, ya que analizó a detalle y con éxito la máquina de Charles Babbage.

Mary publicó varios trabajos y libros, todos relacionados con el estudio de las matemáticas y la física; entre los más conocidos se encuentran: *Disertación Preliminar*, *Estudio sobre la conexión de las ciencias físicas* y *Physical Geography*.

Después de una depresión, tras la muerte de su esposo y uno de sus hijos, a los 85 años empezó a escribir su cuarta obra: *On molecular and Mycroscopic Science*. A los 89 años escribió su biografía. Murió a los 92 años; en aquel entonces estaba estudiando los cuaterniones, los que son una extensión de los números reales similares a los números complejos.

LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

La trigonometría es una de las ramas más antiguas de las matemáticas. Gracias a estos conocimientos, desde la antigüedad fue posible calcular la producción de las cosechas, la distribución de las tierras, el trazado de los caminos, la capacidad de los recipientes, los impuestos, y la construcción de habitaciones y templos. También ha sido muy efectiva para diseñar calendarios y estudiar los astros.

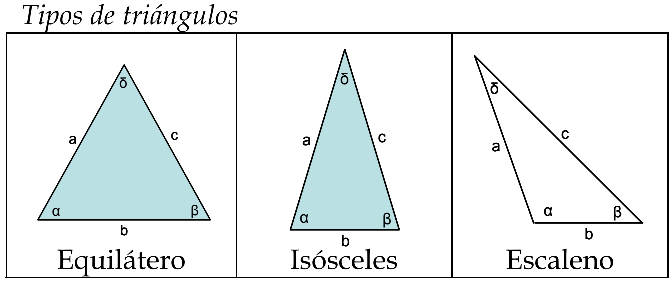
Aunque lo anterior suena muy bien como introducción, para que a los alumnos les interese la trigonometría es necesario destacar en qué pueden aplicarla hoy, en su vida diaria.

Para entender este tema e identificar su utilidad, es necesario conocer algunas bases de geometría. Al menos para nosotros, los maestros, esto nos es indispensable pues no podemos enseñar algo que no comprendemos. Por ello, en esta ocasión, trataré de presentar algunos de los fundamentos de la trigonometría y un ejemplo de su aplicación en la vida cotidiana.

BASES DE LA TRIGONOMETRÍA

La trigonometría estudia las relaciones que se dan entre los lados y los ángulos de los triángulos. Para entender el tema es necesario conocer algunas características de los triángulos y el significado de los triángulos semejantes.

Tipos de triángulos

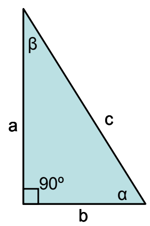


> **"Lo más incomprensible del mundo, es que sea comprensible."**
> *Albert Einstein*

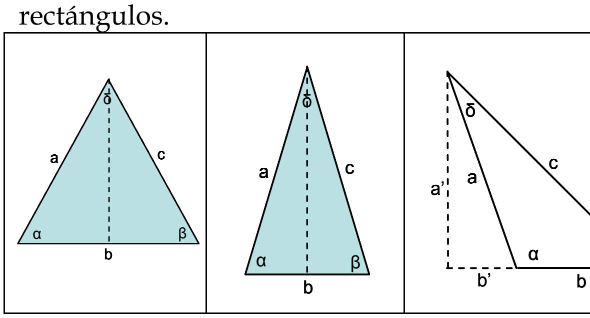
> **"En lo tocante a ciencia, la autoridad de un millar no es superior al humilde razonamiento de un hombre."**
>
> *Galileo Galileil*

En el **triángulo equilátero,** sus tres lados y ángulos son iguales. En el **triángulo isósceles,** dos de sus lados y dos de sus ángulos son iguales. El **triángulo escaleno** tiene sus tres lados y sus tres ángulos diferentes.

Para entender con facilidad la geometría, es necesario conocer también el famoso triángulo rectángulo. El único chiste de éste es que uno de sus tres ángulos es de 90º.

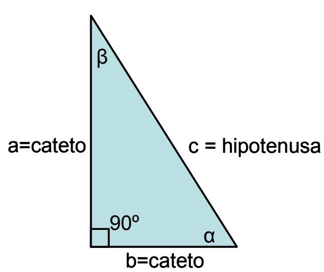


Observen nuestros queridos lectores; cómo todos los triángulos pueden descomponerse en triángulos rectángulos.



Con las líneas punteadas hemos logrado convertir a los triángulos equilátero, isósceles y escaleno en dos triángulos rectángulos cada uno.

Por ello es importante estudiar las partes de este triángulo y la manera en la que éstas se relacionan.



En los triángulos rectángulos, el lado que está opuesto al ángulo de 90º se le llama *hipotenusa* y a los otros dos lados se les conoce como *catetos*.

En estos triángulos, los dos ángulos menores de 90º se identifican con los signos alfa (α) y beta (β).

Para distinguir entre sí a los catetos, se les asigna un nombre con base en su ubicación frente o al lado de un ángulo. Así, al cateto que se encuentra frente a un ángulo se les llama "cateto opuesto" y al que está al lado del ángulo se les llama "cateto adyacente".

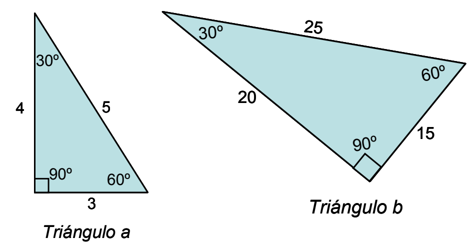
En el triángulo de arriba podemos decir que: ***a*** es el cateto opuesto a **α** y ***b*** es su cateto adyacente. Al mismo tiempo podemos señalar que: ***b*** es el cateto opuesto de **β** y que ***a*** es su cateto adyacente.

Triángulos semejantes

Dos triángulos son semejantes cuando sus ángulos son iguales dos a dos.

Lo importante en esta definición es que no se menciona el tamaño de los lados, ni la orientación de los triángulos.

Como ejemplo podemos observar los siguientes triángulos semejantes. En ellos, en lugar de literales en los lados y símbolos griegos en los ángulos, usé cantidades.



Una de las características que debemos destacar de los triángulos semejantes es que sin importar el tamaño de sus lados, las relaciones que se pueden dar entre ellos, siempre darán el mismo valor. Observe cómo en los dos triángulos semejantes presentados sus relaciones entre sus lados son las mismas.

Triángulo a	*Triángulo b*
Ángulo de 60º tendremos:	*Ángulo de 60º tendremos:*
$\frac{cateto-opuesto}{hipotenusa}=\frac{4}{5}=0.8$	$\frac{cateto-opuesto}{hipotenusa}=\frac{20}{25}=0.8$
$\frac{cateto-adyacente}{hipotenusa}=\frac{3}{5}=0.6$	$\frac{cateto-adyacente}{hipotenusa}=\frac{15}{25}=0.6$
$\frac{cateto-opuesto}{cateto-adyacente}=\frac{4}{3}=1.333$	$\frac{cateto-opuesto}{cateto-adyacente}=\frac{20}{15}=1.333$
Ángulo de 30º tendremos:	*Ángulo de 30º tendremos:*
$\frac{cateto-opuesto}{hipotenusa}=\frac{3}{5}=0.6$	$\frac{cateto-opuesto}{hipotenusa}=\frac{15}{25}=0.6$
$\frac{cateto-adyacente}{hipotenusa}=\frac{5}{5}=0.8$	$\frac{cateto-adyacente}{hipotenusa}=\frac{20}{25}=0.8$
$\frac{cateto-opuesto}{cateto-adyacente}=\frac{3}{4}=0.75$	$\frac{cateto-opuesto}{cateto-adyacente}=\frac{15}{20}=0.75$

Esto nos indica que, las relaciones de los lados de los triángulos semejantes siempre darán el mismo resultado.
Ahora, para evitar especificar siempre las partes que intervienen en las relaciones, podemos simplificarlas por indicativos fáciles de recordar. Estos se presentan a continuación:

$$\frac{cateto-opuesto}{hipotenusa} = Seno \qquad \frac{a}{c} = Seno$$

$$\frac{cateto-adyacente}{hipotenusa} = Coseno \qquad \frac{b}{c} = Coseno$$

$$\frac{cateto-opuesto}{cateto-adyacente} = Tangente \qquad \frac{a}{b} = Tangente$$

$$\frac{cateto-adyacente}{cateto-opuesto} = \cot angente \qquad \frac{b}{a} = \cot angente$$

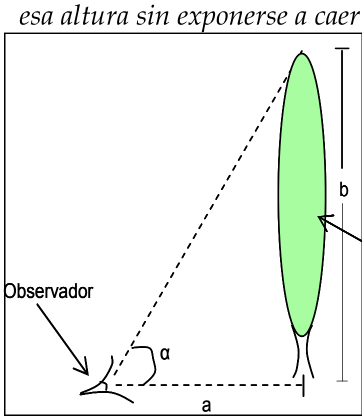
$$\frac{hipotenusa}{cateto-adyacente} = \sec ante \qquad \frac{c}{b} = \sec ante$$

$$\frac{hipotenusa}{cateto-opuesto} = \cos ecante \qquad \frac{c}{a} = \cos ecante$$

UN EJEMPLO DEL USO DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

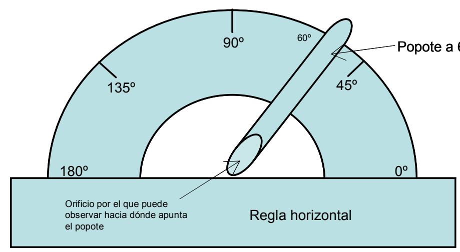
Nuestros queridos lectores se preguntarán para qué pueden servir estas funciones en la vida real. Por lo regular estas se utilizan para realizar cálculos en problemas relacionados con los ángulos y los lados que los forman. También se utilizan para la elaboración de fórmulas. A continuación se presenta un ejemplo sobre el uso de una función de este tipo.

Suponga que necesita medir la altura de un ciprés, pero dada su altura y la dificultad para treparlo, no puede obtenerla de manera directa. ¿Cómo podría usted medir esa altura sin exponerse a caer desde la copa del árbol?

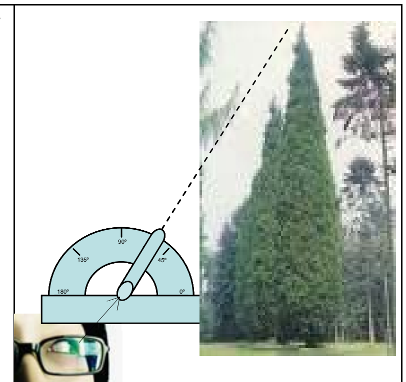


Para resolver este problema, se puede establecer que se tiene un triángulo rectángulo formado por las distancias que hay entre la base del tronco del árbol, un observador y su punta. El cateto opuesto sería la altura del árbol y el cateto adyacente la distancia desde el tronco hasta el observador. El ángulo que se forma entre el piso y la dirección de la vista del observador, es el ángulo de estudio.

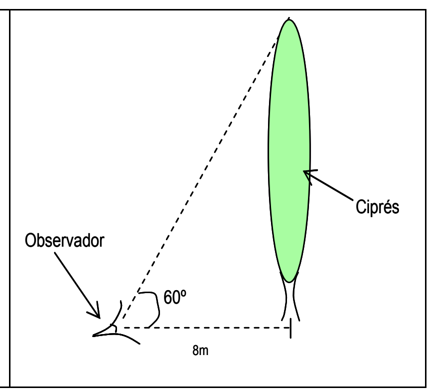
Para definir el ángulo de estudio se requiere construir un instrumento. Esto lo puede hacer fácilmente con una regla, un transportador y un popote grueso, como se muestra en el dibujo.



En dicho medidor fije el popote a 60º. Colocando de manera horizontal la base de su medidor, vea por el popote hacia la punta del ciprés. Marque el lugar en el que se encuentra ubicado cuando vea la punta del árbol por el popote.



Ahora mida la distancia entre el ciprés y usted como observador. En nuestro caso fueron 8 m.



Ahora podemos calcular la altura del ciprés utilizando la relación que existe entre el cateto opuesto y el cateto adyacente, lo que se conoce como tangente:

"Cuando se nos otorga la enseñanza, se debe percibir como un valioso regalo, y no como una dura tarea."

Albert Einstein

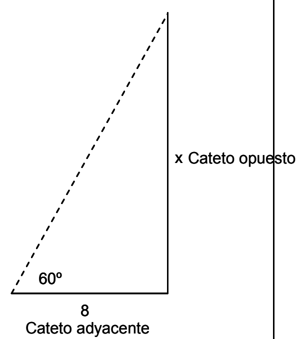
Recuerde que el cateto opuesto entre el cateto adyacente es igual a la tangente; por lo tanto tendremos:

$$tag60^{o} = \frac{Cateto\_opuesto}{Cateto\_adyacente} = \frac{x}{8}$$

Pero como sabemos que la tangente de 60º es 1.33, podemos sustituir este dato y despejar el cateto opuesto.

$$1.33 = \frac{x}{8}$$

$$x = 1.33 \times 8 = 10.64$$



Con este cálculo sabemos que el ciprés mide:

x = 10.64 m

Como pueden ver nuestros queridos lectores, la trigonometría es un buen medio para utilizar el álgebra y la lógica matemática.. Con esto podemos describir casi todo lo que nos rodea.

QUÉ HACER PARA APRENDER ESTE TEMA

No debemos abrumarnos con los números, fórmulas y sus elementos matemáticos, siempre los podremos entender al tener en consideración estos elementos:

1. Calma. No hay prisa, tome todo el tiempo que necesite para entender o resolver los problemas.
2. Reflexión. Siempre debemos preguntarnos el por qué de lo que se plantea. Si esto no se hace, la lógica natural del hombre no será satisfecha y por ello será difícil que entendamos.
3. Orden. Seguir secuencias que podamos repasar de manera sencilla; nos ayudará a entender mejor lo que hicimos y con ello podremos revisarlo las veces que sea necesario.
4. Practicar, practicar y practicar. Esto no como mera repetición, sino como experimentación. Con ello obtendremos nuevas experiencias y así construiremos nuevos conocimientos. Es como entrenar para una competencia: entre más practiquemos, mejor resolveremos los retos que se nos presenten.

En síntesis, de lo que se trata es de tener calma, reflexionar, ser ordenados y practicar mucho, pues como muchas veces nos dijo nuestro querido amigo **Juanjo Rivaud:** en las matemáticas de lo que se trata es de ¡ENTENDER!

DE NUESTROS LECTORES

Además de las respuestas a los problemas del calendario, el profesor Herrera Pardo comenta lo siguiente:

Soy profesor de matemáticas en la escuela secundaria "Severiano Moreno"(clave:25EES0059X), de La Concha, Escuinapa, Sinaloa.

A lo largo del ciclo escolar, la Secretaria de Educación Pública, aplica tres exámenes al alumnado de secundaria, en los cuales los alumnos que atiendo salen con bajo porcentaje de aciertos comparados con las asignaturas de humanidades, por lo cual se hacen las consabidas "recomendaciones" al profesor por parte de las autoridades educativas. Propongo que se publique la solicitud de que no sólo se apliquen evaluaciones al alumnado, sino también al profesorado y a las autoridades educativas. Que también se evalúe psicométricamente a los alumnos, maestros, y todo personal del sistema educativo nacional. Lo mismo para la evaluación externa "Enlace".

Por su atención, de antemano muchas gracias.

Atentamente: Simón Pedro Herrera Pardo.

LOS PROBLEMAS DEL CALENDARIO

Lunes 5. Determine el valor del entero n que satisface la ecuación $16^{n}+16^{n}+16^{n}+16^{n}=2^{2010}$

Martes 6. Si a, b, c, d, y e representan las edades de cinco personas y $a=2b=3c=4d=6e$, ¿cuál es el menor valor posible de $a+b+c+d+e$?

Viernes 23. ¿Cuál es el mayor entero que divide a la suma de los cuadrados de cualesquiera tres números pares consecutivos?

Matemáticas para todos. Año 11, número 99, abril de 2010. Periodicidad: diez números al año. **Editor responsable:** Alfonso Ramón Bagur. **Nº de Certificación de reserva de derechos al uso exclusivo de título:** 04-2000-0829110600-106. **Certificado de licitud de título:** Núm. 11423. **Certificado de licitud de contenido:** Núm. 8018. **Publicación en formato electrónico elaborado y distribuido por:** Educación y Desarrollo, A.C. y el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

E-mail: fdomexia@prodigy.net.mx. Página web: www.educacion.org.mx

FMED Educación y Desarrollo

INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM Coordinación de Ingeniería de Sistemas