EN ESTE NÚMERO:

MATEMÁTICAS PARA TODOS

Educación y el Desarrollo, A. C.

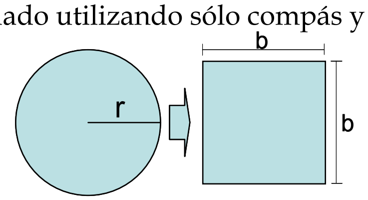
INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM
Coordinación de Ingeniería de Sistemas

Año 8, Número 76, enero de 2008

LA CUADRATURA DEL CÍRCULO

Es común que, cuando nos enfrentamos a un problema muy difícil que no podemos resolver, digamos que estamos buscando la cuadratura del círculo. Sin duda esto se refiere a una dificultad geométrica, pero qué significa realmente en las matemáticas comunes y corrientes.

Encontrar la cuadratura del círculo es dibujar un cuadrado que tenga la misma superficie que un círculo dado utilizando sólo compás y regla.



$\Pi r^2 \quad = \quad b^2$

El círculo y el cuadrado que se dibujaron arriba pueden tener la misma superficie pero no existe ningún método geométrico que permita que de un círculo dado se pase a un cuadrado y que ambos tengan la misma superficie o área. Esto quiere decir que la cuadratura del círculo no es posible.

Los griegos lograron encontrar la cuadratura de algunos polígonos irregulares pero no la de figuras con lados curvos. Ello los motivó a buscar de manera tenaz la cuadratura de un círculo. Hipócrates de Quíos *(470 a. C. - ¿?)* antecesor de Euclides, logró encontrar la cuadratura de una figura con lados curvos llamada lúnula.

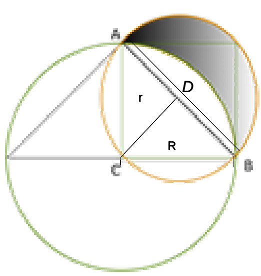


Figura obtenida de http://en.wikipedia.org/wiki/Squaring_the_circle en dicembre del 2007

En este caso tenemos que las rectas AC y BC son el radio (R) del círculo mayor *(C_1)*, por ello el cuadrado que se forma en uno de sus cuadrantes, tiene una superficie igual a R^2. Lo que no es igual que la superficie del círculo grande:

$$S_{c1} = \prod R^2 \neq R^2$$

Sin embargo, podemos ver que existe una proporcionalidad y que está dada por *Π*. Esto significa que si usted tiene un cuadrado con lados *R*, los eleva al cuadrado y multiplica por Pi, obtendrá la superficie de un círculo con radio *R*, como el de la Lúnula de Hipócrates.

Ahora analicemos el círculo pequeño: Gracias a Pitágoras podemos obtener su radio *(r)*. Primero debemos calcular la diagonal *D*, que es igual a $R\sqrt{2}$; luego, para obtener el radio del círculo chico, dividimos *D* entre dos como se observa a continuación.

$$R^2 + R^2 = D^2$$

$$\sqrt{R^2 + R^2} = D$$

$$\sqrt{2R^2} = D$$

$$R\sqrt{2} = D$$

$$\frac{D}{2} = \frac{R\sqrt{2}}{2} = r$$

Con el radio del círculo menor podemos calcular la superficie del círculo menor (S_{c2}):

$$S_{c2} = \prod r^2 = \prod\left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \prod\left(\frac{2R^2}{4}\right) = \frac{\prod R^2}{2}$$

$$S_{c2} = \frac{1}{2}\prod R^2$$

Volvemos a ver que existe una proporción de ½ Π en las superficies del círculo grande y el pequeño. Eso fue lo que Hipócrates descubrió tratando de encontrar la cuadratura del círculo, encontró que

> **"La inteligencia es casi inútil a aquel que no tiene más que eso."**
>
> *Platón*

“La matemática es el trabajo del espíritu humano que está destinado tanto a estudiar como a conocer, tanto a buscar la verdad como a encontrarla.”
Evariste Galois

esta figura es cuadrable pero que no es la cuadratura que buscaba.

Hipócrates, quien fue considerado como el geómetra más destacado del siglo V a. C., utilizó por primera vez el esquema *premisa-teorema-demostración*. Fue contemporáneo de Anaxágoras, quien también intentó encontrar la cuadratura del círculo mientras purgaba una condena en la cárcel por no reconocer al Sol como un dios, ya que señaló que el astro rey era una bola de fuego que iluminaba a la tierra.

Fue hasta el siglo XIX que se demostró que la cuadratura del círculo no es posible y, a principio del siglo XX, Tschebatorev y Dorodnov probaron que la cuadratura de las lúnulas de Hipócrates son una solución particular no aplicable a la cuadratura del círculo.

No obstante que este problema no tiene solución consideramos que es un buen pretexto para aprender sobre las superficies, la geometría y la aplicación del teorema de Pitágoras, todos temas de la enseñanza de las matemáticas en la educación básica.

Las Matemáticas en los resultados de PISA 2006

El Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) publicó en su página electrónica http://www.inee.edu.mx/ el interesante *Estudio PISA 2006 en México*. En ésta, además de incluir los resultados del primer informe internacional de la evaluación PISA, organizada y coordinada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), se hace una excelente presentación del sistema educativo mexicano en el contexto de los 57 países miembros de este organismo. Muestra también el análisis de estos resultados por país, agrupándolos de acuerdo a su estatus económico, social y cultural. Consideramos que todos los interesados en la educación de nuestro país deberían consultar esta concienzuda y bien fundamentada presentación.

Como referencia, les comentamos que PISA evalúa tres competencias clave: lectura, matemáticas y ciencias experimentales. Cada tres años se aplica un examen a una muestra de jóvenes de 15 años que estén estudiando. Su propósito principal es evaluar en qué medida estos estudiantes han adquirido conocimientos y habilidades esenciales para participar plenamente en la sociedad.

En el caso de las matemáticas en esta evaluación se define a competencia matemática como: *“la capacidad de los alumnos para analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones”*.

Los puntajes de los niveles de desempeño en los resultados de PISA se expresan en una escala continua que va de 200 a 800 puntos con un puntaje promedio de 500 y una desviación estándar de 100 puntos.

Estas escalas se relacionan con seis niveles de descripción genérica, estos son:

Nivel	Descripción
6 y 5	Son los niveles más altos, significa que los alumnos que se ubican en este tienen el potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva, científicas u otras.
4 y 3	Por arriba del mínimo necesario y, por ello, bastante buenos, aunque no del nivel deseable para la realización de las actividades cognitivas más complejas.
2	Identifica el mínimo adecuado para desempeñarse en la sociedad contemporánea.
1 y 0	Insuficientes (en especial el 0) para acceder a estudios superiores y desarrollar las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.

En ciencias, el promedio de México se ubica en los 410 puntos, lo que nos coloca en la parte inferior del nivel 2. En lectura, nuestro promedio es también de 410 puntos, lo que también lo coloca en el nivel 2. En el caso de matemáticas, el promedio mexicano es de 406 y, tomando en consideración que el nivel 2 inicia en los 420 puntos, caemos al nivel 1.

En la siguiente tabla se presentan los porcentajes de estudiantes por nivel de competencia. Aquí podemos observar una comparación muy general de nuestros promedios en matemáticas con los de otros países.

% de estudiantes por nivel

Nivel	Hong Kong	Canadá	Chile	México	Argentina
0	3	3	28	28	39
1	7	8	27	28	25
2	14	18	24	25	20
3	23	28	14	13	11
4	53	43	7	5	3
Puntuación	547	527	411	406	381

> **“El deseo de parecer listo impide llegar a serlo.”**
>
> *René Descartes*

Como podemos observar hay mucho por hacer y en ello debemos participar alumnos, profesores, educadores y autoridades.

Felicidades a nuestro admirado y querido amigo **Felipe Martínez Rizo,** Director General del INEE, y a su extraordinario equipo por el excelente trabajo *Estudio PISA 2006 en México.*

UN CONGRESO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS EN MÉXICO

Los Congresos Internacionales de Matemáticas son los eventos más importantes de la sociedad matemática mundial, estos se celebran cada cuatro años convocados por la Unión Matemática Internacional. El primero de estos del que se tiene noticia fue el de 1897 en Zúrich, Suiza. El último se llevó a cabo en Madrid en el 2006. Éste fue inaugurado por el Rey Juan Carlos y contó con la participaron de más de 4500 asistentes. En él se entregaron la medalla Fields, el premio Nevanlinna en el área de informática teórica y el premio Carl Friedrich Gauss en matemática aplicada.

Pues bien, resulta que en México los congresos internacionales de matemáticas se celebraban desde antes de la llegada de los españoles. Si usted no lo cree, analice esta investigación realizada por nuestro querido amigo el escritor y reportero Octavio Raziel García.

Las matemáticas en México

La tradición matemática en Mesoamérica se remonta a cientos y cientos de años, y una muestra de ello fue el “congreso” científico internacional que tuvo lugar en el año de 1,090 en Xochicalco, durante el cual científicos mayas, mixtecos y náhuas buscaron las coincidencias matemáticas que permitieran ajustar los calendarios solar y religioso, así como aspectos importantes de la astronomía de la época.

Al parecer hubo una reunión previa en Copán con anterioridad al siglo X de nuestra era. Ya tenían entonces el antecedente de Kan Balam, matemático maya que vivió entre 635-702, y que fue reconocido por la precisión de sus cálculos relacionados con el dominio del tiempo; arrastraban también mucha información de los olmecas, cultura madre de Mesoamérica. En esta convención, a la que acudieron los sabios mayas, se intercambiaron ideas y datos resultantes de las observaciones astronómicas; empero, en opinión de la antropóloga Carmen Cook de Leonard, apoyada en el monolito de Copán, no hay indicios de que los participantes se hayan puesto de acuerdo por cuanto a sus respectivas conclusiones. Conforme al monumento citado, a esa reunión acudieron 16 astrónomos, todos ellos mayas.

Como parte de los, llamémosle, “festejos” del congreso de Xochicalco, se esculpió una piedra con una fecha grabada en los tres calendarios –maya, mixteco y náhuatl— la cual se supone corresponde al año en que se llevó a cabo la convención. Además, para recordar ese acontecimiento, se inició la construcción de la pirámide principal de Xochilcalco y el templo de las Estelas (de Quetzálcoatl) en Yucatán.

El resultado de ese congreso internacional fue un notable avance en las matemáticas y los cálculos astronómicos pero, sobre todo, en el desarrollo de la agricultura de lo que sería Anáhuac, esto es, el territorio que hoy conocemos como México.

La reunión intercultural permitió también algunos ajustes al calendario solar de 365 días y al Tonalpohualli de 260 días. En la piedra de Xochicalco aparece la fecha Uno Conejo, además de la representación del encendido del Fuego Nuevo, que por primera vez se hacía, y que seguiría encendiéndose cada 52 años.

A la reunión de Xochicalco acudieron también representantes de varios pueblos, entre ellos de Ahuilizapan, hoy Orizaba: de Tlachcotzinco, lugar cercano a Taxco; de Cuauhnáhuac, actual Cuernavaca, y otros.

Estos científicos ajustaron las matemáticas al número 20 y el infinito se representó con el 400, independientemente del uso del cero (atribuido a los olmecas) en operaciones complejas. Uno de los números poco comunes para el europeo de esa época fue la figura de 5 puntas que representaba el 8 porque, extrañamente, cinco años sinódicos de Venus equivalen a ocho años de 365 días terrestres.

Las matemáticas prehispánicas incluían los numerales de uso común (los de puntos y rayas) y los que tenían valores astronómicos. Los últimos, sólo las personas con conocimientos cósmicos podían descifrarlos.

Las matemáticas prehispánicas se remontan a los olmecas, civilización a la que se le atribuye su creación. Había en este grupo cultural una obsesión por los números y el tiempo. Seguramente ellos fueron la cuna de los demás florecimientos científicos en otras tribus como la maya, la nahua y la mixteca.

Las matemáticas nahuas, luego mexicas y aztecas, así como las mayas abarcaron un sinfín de aspectos de la vida de esas culturas, incluyendo las profecías. Debemos recordar que el 22 de diciembre del 2012, según los cálculos mayas, el sol se sincronizará con el centro de nuestra galaxia lo que producirá cambios radicales a nuestro planeta.

Gracias a nuestro amigo ***Octavio Raziel García A***. por esta interesante nota.

DE NUESTROS LECTORES

Agracemos mucho a nuestros queridos lectores sus felicitaciones y respuestas a los problemas del boletín de noviembre y del folleto de diciembre. También agradecemos a nuestro querido amigo y asesor epistolar el ***Dr. Luis Osín***, quien desde Israel nos hace la observación de que no es necesario incluir en la definición de postulados la calificación de *no evidentes*, en lo que estamos totalmente de acuerdo, por lo que la definición de postulado quedaría así: *“Postulado es una proposición que se admite sin probarla."*

EL CALENDARIO MATEMÁTICO 2008.

Informamos a nuestros queridos lectores que ya se publicó el calendario matemático 2008.

Como todos los años lo pueden adquirir en Googol S.A. de C.V. http://www.googolmx.com, ventas@googolmx.com, teléfono 01777 381 0516. También se vende en la librería del Museo Universum en la UNAM.

LOS PROBLEMAS DEL CALENDARIO

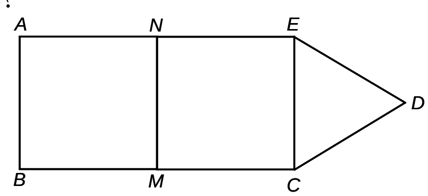
Martes 1. El cumpleaños de Inés es en octubre y es 15 días antes que el de Linda. El cumpleaños de Susana es 23 días antes que el de Dora y 24 días después que el de Linda. Si una de ellas nació en enero ¿cuándo es el cumpleaños de Dora?

Viernes 11. Haya el máximo y mínimo valor que puede tomar el número *MAR* si

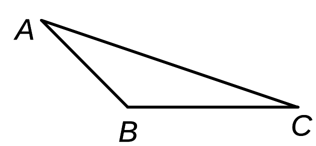
$$AMAR + RAMA = 9328,$$

donde cada letra representa un dígito impar y letras distintas representan dígitos distintos.

Viernes 18. Las líneas *MN y CE* dividen a la figura en dos cuadrados y un triángulo equilátero. Si el perímetro del cuadrado *ABMN* es 56 cm, ¿cuál será el área del pentágono *ABCDE*?



Jueves 31. Si $AB = \sqrt{50}cm, BC = 7cm$ y $\angle ABC = 135^{o}$ ¿cuánto mide el segmento que une los puntos medios de los lados *AB y BC*?



Matemáticas para todos. Año 8, número 76, enero de 2008. Periodicidad: diez números al año. **Editor responsable:** Alfonso Ramón Bagur. **Nº de Certificación de reserva de derechos al uso exclusivo de título:** 04-2000-0829110600-106. **Certificado de licitud de título:** Núm. 11423. **Certificado de licitud de contenido:** Núm. 8018. **Publicación en formato electrónico elaborado y distribuido por:** Educación y Desarrollo, A.C. y el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

E-mail: fdomexia@prodigy.net.mx. Página web: www.educacion.org.mx

Educación y Desarrollo, AC

INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM

Coordinación de Ingeniería de Sistemas