

Lunes 9. ¿Cuántos números del 1 al 10,000 tienen sus cifras en orden estrictamente creciente? (Por ejemplo 12,379 tiene la propiedad y 280 no la tiene).

Solución Lunes 9. Primero hay que observar que un número que cumple la propiedad no puede tener ningún cero. Ahora contemos los números sin ceros y con cifras diferentes:

1. De una cifra hay 9.
2. De dos cifras hay 8×9 .
3. De tres cifras hay $7 \times 8 \times 9$.
4. De cuatro cifras hay $6 \times 7 \times 8 \times 9$.

Observemos que si tomamos n dígitos distintos de cero y formamos todos los números posibles tendremos $n!$ números, pero sólo uno de estos números cumple con la propiedad de que sus cifras estén en orden estrictamente creciente, luego:

1. De una cifra hay $\frac{9}{1!}$ números que cumplen con la propiedad.
2. De dos cifras hay $\frac{8 \times 9}{2!}$ números que cumplen con la propiedad.
3. De tres cifras hay $\frac{7 \times 8 \times 9}{3!}$ números que cumplen con la propiedad.
4. De cuatro cifras hay $\frac{6 \times 7 \times 8 \times 9}{4!}$ números que cumplen con la propiedad.

Por lo tanto, hay

$$9 + \frac{9 \times 8}{2!} + \frac{9 \times 8 \times 7}{3!} + \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4!} = 255$$

números que cumplen con la propiedad.

Miércoles 11. Consideremos una cinta a lo largo del ecuador. Si se corta dicha cinta en un punto y se intercala un metro adicional de cinta, ¿a qué distancia se separará la cinta de la superficie?

Solución miércoles 11. Suponiendo que la Tierra tiene forma esférica de radio R , la longitud de la cinta, al intercalar el metro adicional, está dada por:

$$l = 2\pi R + 1. \quad (1)$$

Por otra parte, si dicha cinta se separa una distancia d de la superficie terrestre, se tiene:

$$l = 2\pi(R + d). \quad (2)$$

UN RETO PARA HOY: SOLUCIONES



ACADEMIA DE CIENCIAS
DE MORELOS, A.C.

Igualando las ecuaciones (1) y (2), y despejando d tenemos:

$$\begin{aligned}2\pi R + 1 &= 2\pi(R + d) \\2\pi R + 1 &= 2\pi R + 2\pi d \\1 &= 2\pi d \\d &= \frac{1}{2\pi}.\end{aligned}$$

Nótese que la distancia a la cual se separa la cinta no depende del radio de la Tierra, es decir, la separación $\frac{1}{2\pi}$ es la misma en una pequeña pelota que en la Tierra.

Viernes 13. ¿Cuál es el número más grande que se puede escribir con cuatro números 1?

Solución viernes 13. Se podría pensar que es 1111, pero 11^{11} es mucho mayor.