UN RETO PARA HOY: SOLUCIONES

MIXBAAL
FONDO PARA EL FOMENTO DE LA EDUCACION
Academia de Ciencias de Morelos, A.C.

Lunes 19. Si a y b son dos números distintos tales que $a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{a}$, ¿cuál es el valor de ab?

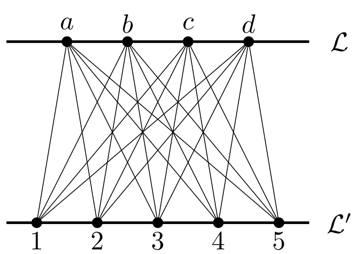
Solución lunes 19. Si $a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{a}$, entonces $\frac{ab+1}{b}=\frac{ab+1}{a}$, luego $a(ab+1)=b(ab+1)$, de donde $(ab+1)(a-b)=0$. Como $a\neq b$, se deberá tener que $ab+1=0$ y entonces $ab=-1$.

Miércoles 21. ¿Cuántos números positivos de dos dígitos existen tales que la diferencia entre el número y el producto de sus dígitos sea 12?

Solución miércoles 21. Un número xy de dos dígitos lo podemos escribir como $xy=10x+y$. Luego, queremos que se cumpla que $10x+y-x\cdot y=12$, de donde $(x-1)(10-y)=2$. Entonces, $x-1=2$ y $10-y=1$, o $x-1=1$ y $10-y=2$. Por lo tanto, $xy=28$ ó $xy=39$.

Viernes 23. Sean $\mathcal{L}$ y $\mathcal{L}'$ dos rectas paralelas. Marcamos 4 puntos en $\mathcal{L}$ y 5 en $\mathcal{L}'$. Si trazamos todos los segmentos que unen los puntos marcados de $\mathcal{L}$ con los de $\mathcal{L}'$, ¿cuántas intersecciones hay entre estos segmentos? (No tomes en cuenta las intersecciones en $\mathcal{L}$ y $\mathcal{L}'$.)

Solución viernes 23. Llamemos con las letras del alfabeto los puntos escogidos en $\mathcal{L}$ y con números los puntos marcados en $\mathcal{L}'$, como se muestra en la figura:



Empezamos dibujando todas las rectas que van de a a los puntos de $\mathcal{L}'$ entonces no tenemos ninguna intersección. En segundo lugar dibujamos las rectas de b a los puntos de $\mathcal{L}'$, entonces tenemos: de b a 1, 4 intersecciones, de b a 2, 3 intersecciones, de b a 3, 2 intersecciones, de b a 4, 1 intersección y de b a 5 ninguna.

Ahora dibujamos las rectas que van de c a los puntos de $\mathcal{L}'$, entonces tenemos: de c a 1, 8 intersecciones (4 con las rectas que van de a a cualquier punto de abajo y 4 con las rectas que salen de b), de c a 2, 6 intersecciones, de c a 3, 4 intersecciones, de c a 4, 2 intersecciones y de c a 5 ninguna.

Por último, trazamos las rectas que van de d a los puntos de $\mathcal{L}'$: de d a 1, tenemos 12 intersecciones, de d a 2, 9 intersecciones, de d a 3, 6, de d a 4, 3 y de d a 5 ninguna.

Luego el número de intersecciones en total, es la suma de: $1+2+3+4$, $2+4+6+8$ y $3+6+9+12$, que es igual a 60.