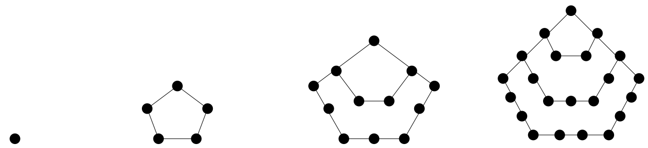
UN RETO PARA HOY: SOLUCIONES

MIXBAAL
FONDO PARA EL FOMENTO DE LA EDUCACIÓN

ACADEMIA DE CIENCIAS DE MORELOS, A.C.

Lunes 24. Si las primeras cuatro figuras son:



¿Cuántos puntos hay en la séptima figura?

Solución lunes 24. Observemos que entre la primera figura y la segunda aumentamos $1+3(1)$ puntos; entre la segunda y la tercera aumentamos $1+3(2)$ puntos, es decir, la tercera figura tiene, $1+(1+3(1))+(1+3(2)) = 1+4+7 = 12$ puntos. Continuando con este razonamiento tenemos que la séptima figura tiene: $1+(1+3)+(1+3\cdot 2)+(1+3\cdot 3)+(1+3\cdot 4)+(1+3\cdot 5)+(1+3\cdot 6) = 1+4+7+10+13+16+19 = 70$ puntos.

Miércoles 26. Consideremos el siguiente número:

$13335555577777779\ldots 15151515\ldots$, ¿qué dígito está en el lugar número cien?

Solución miércoles 26. Como se puede observar el número está compuesto por 3 dígitos 3, 5 dígitos 5, 7 dígitos 7. Entonces con los números impares de un dígito habremos ocupado $1+3+5+7+9 = 5^2 = 25$ lugares. A partir del número 11 los números ocupan dos lugares. Como tendremos 11 números once, estos ocuparán 22 lugares. Los 13 números trece ocuparán 26 lugares y los 15 números quince ocuparán 30 lugares. Por lo tanto, todos estos números ocupan 103 lugares. Es decir, que en el lugar 103 tenemos un 5, en el 102 un 1, en el 101 un 5 y en el 100 un 1. Por lo tanto, el lugar 100 está ocupado por un 1.

Viernes 28. En el siguiente cuadrado mágico, el producto de los números de cada renglón, cada columna y en las diagonales es el mismo e igual a $ABCD$. Si cada letra representa un dígito y cada celda contiene un entero, ¿cuánto vale AC?

		4
	AC	
	C	24

Como cada letra representa un dígito, $AC = 10A + C$. Designemos por x, y, z los números que están en las siguientes celdas:

z	y	4
	AC	
x	C	24

El producto de los elementos del último renglón tiene que ser igual al producto de los elementos de una de las diagonales, por lo tanto:

$$\begin{aligned} 24Cx &= 4(10A+C)x \\ 6C &= 10A+C \\ 5C &= 10A \\ C &= 2A. \end{aligned}$$

También, el producto de los números del primer renglón tiene que ser igual al producto de los elementos de la otra diagonal, luego:

$$\begin{aligned} 4yz &= 24(10A+C)z \\ 4y &= 24(12A) \\ y &= 72A. \end{aligned}$$

Por lo tanto, el producto de los números de la columna central es

$$(72A)(12A)(2A) = 1728A^3.$$

Como el producto de cada columna es $ABCD$, un número de cuatro dígitos, $A = 1$, de donde $C = 2$. Entonces, $AC = 12$.